



Г. М. Гнатієнко, orcid.org/0000-0002-0465-50181,
g.gna54@gmail.com

О. Круглов, orcid.org/0000-0003-4347-85842,
awahrhaft@gmail.com

Н. П. Тмєнова, orcid.org/0000-0003-1088-95473,
tmyenovox@gmail.com

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна

ОБЧИСЛЕННЯ РЕЗУЛЬТУЮЧОГО РАНЖУВАННЯ АЛЬТЕРНАТИВ НА ОСНОВІ ВИКОРИСТАННЯ НЕПОВНИХ ЕКСПЕРТНИХ РАНЖУВАНЬ

Неповнота інформації є характерною рисою організаційних систем. Неповнота даних супроводжує особу, що приймає рішення у всіх складових об'єктів корпоративної безпеки: керівництві організації, діяльності персоналу, активах компанії, упровадженіх бізнес-процесах, інформаційних та інших ресурсах, фінансових засобах, використовуваних технологіях, репутації компанії тощо. Незважаючи на це, слід приймати обґрунтоване рішення. Зокрема, поширеною практичною задачею є ранжування альтернатив різної природи. Це здійснюється експертами високої компетентності в межах зон відповідальності. Природним чином виникає ситуація прийняття рішення з неповними даними, на основі якої слід знайти повне результуюче ранжування альтернатив, яке найкращим чином апроксимує інформацію, одержану від експертів, тобто є в якомусь сенсі найближчою до заданих неповних експертних ранжувань. З метою порівняння різних способів досягнення результуючого ранжування альтернатив, розглядається формалізація задачі у класах однокритеріальних і багатокритеріальних моделей для метрик Кука, Хемінга, Евкліда та Литвака. Для розв'язання проблем, які виникають у ситуації неповноти інформації, вводять евристичні – емпіричні методологічні правила, які допомагають знаходити рішення та сприяють до визначеності математично некоректно поставлених задач. Вводиться поняття модифікованої медіани Литвака та компромісної медіани Литвака, яку знаходять із використанням мінімаксного критерію. Описано розроблені авторами алгоритми визначення медіан експертних ранжувань альтернатив: генетичний алгоритм та евристичний алгоритм. Для ілюстрації наведено схеми роботи генетичного алгоритму. Подано основні результати застосування описаних алгоритмів, які ілюструють ефективність їхнього застосування до задач ранжування, які характеризуються неповнотою інформації.

Ключові слова: генетичний алгоритм; організаційна система; евристичний алгоритм; інформаційна безпека; метрика; відстань; медіана; групове упорядкування об'єктів; неповне експертне ранжування.

1. ВСТУП

Неповнота експертної інформації є природним явищем й атрибутом багатьох ситуацій прийняття рішень, нерідко виникає на практиці та є одним із видів невизначеності – разом із нечіткістю, неточністю, ненадійністю, невизначеністю, некоректністю, неадекватністю, недостатністю тощо. Неповнота даних і неможливість їх доповнити закономірно супроводжує експертів та осіб, що приймають рішення, у їхній діяльності [1].

До об'єктів забезпечення корпоративної безпеки або безпеки організації у цілому, як прави-

ло, відносять різноманітні ресурси, складові організації та підсистеми:

- керівництво організації;
- персонал організації;
- активи компанії;
- бізнес-процеси, які застосовують в організації – формалізовані та неформалізовані;
- інформаційні ресурси організації;
- фінансові засоби, що забезпечують функціонування організації;
- технології, які використовує організація;

© Гнатієнко Г. М., Круглов О., Тмєнова Н. П., 2020



- бренд компанії;
- гудвіл – репутацію компанії тощо.

У зв'язку із цим для діяльності організацій є характерним чітке розмежування зон відповідальності менеджерів, і компетентність керівників організації у різних напрямках діяльності не є сталою величиною. Тому інформація, що стосується організації, як правило, є неповною, нечіткою, неоднорідною, і її агрегування вимагає розроблення, обґрунтування та належного застосування нових методів.

2. АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Загальноприйнятою методологією, що використовується під час створення та дослідження складних соціально-економічних і технічних систем, є системний аналіз. Більшість його етапів базується на проведенні експертиз і застосуванні експертних оцінок, зокрема і в разі вибору структури системи, її оптимізації та розв'язання задач діагностики, класифікації, прогнозування тощо. Відомо також, що у розв'язанні багатьох практичних задач недооцінюються значення коректного одержання та оброблення експертної інформації [2]. Але адекватне використання експертних знань вимагає попереднього аналізу особливостей прийняття рішень людиною, адже дослідження складних, багатоаспектних і суперечливих об'єктів передбачає застосування значних аналітичних зусиль [3, 19].

За вибраними підходами, характером постановки проблем і формою зворотного зв'язку під час проведення експертних оцінок виокремлюють такі основні напрямки [1, 2]:

- абсолютні оцінки;
- бальні оцінки;
- метризовані оцінки відносної ваги альтернатив, їхніх параметрів, критеріїв чи відносної компетентності експертів;
- бінарні відношення, які відображують результати попарних порівнянь альтернатив;
- ранжування альтернатив.

Ця стаття стосується останніх двох підходів і в ній будуть описані задачі, пов'язані саме із цими напрямками.

Зазначимо, що відношення є одним з основних понять сучасної математики, а мову відношень успішно використовують для опису взаємозв'язків між альтернативами. Відношення часто застосовують також для представлення складних структур даних. Зокрема, бінарні відношення є теоретичним підґрунтям теорії прийняття рішень, оскільки властивості бінарних відношень використовуються для оцінювання переваг альтернатив у попарних порівняннях та адек-

ватно інтерпретуються в термінах системи переваг експертів.

Важливим способом представлення експертної інформації, який тісно пов'язаний із бінарними відношеннями, є ранжування альтернатив [2, 5]. Часто послідовність виконання кроків у прийнятті рішення є найсуттєвішим чинником, як захисту, так і забезпечення функціональної стійкості системи й усунення загроз.

Неповні ранжування досліджувалися, наприклад у роботах [3, 6]. Причому в монографії [3] до задач визначення узагальненого ранжування альтернатив застосовувалися класичні методи теорії голосувань. Однак у таких випадках перспективним є саме використання алгебраїчних методів обчислення медіани, яка відображує колективну думку експертів. У статті [6] розглянуто лише загальну схему побудови медіани на основі заданих експертами неповних ранжувань альтернатив. Опишемо докладніше цю процедуру.

3. МЕТА СТАТТІ

Метою статті є розроблення напрямів та алгоритмів до розв'язання задачі результуючого ранжування на основі заданих експертами неповних ранжувань альтернатив та експериментального дослідження зазначених підходів.

На основі запропонованих підходів необхідно розробити алгоритми обчислення результуючого ранжування альтернатив, узгодженого із заданими неповними ранжуваннями експертів з урахуванням різних метрик і різних критеріїв [7].

Для створення алгоритмів порівняння неповних ранжувань альтернатив слід розробити математичні моделі, які міститимуть інструменти, що дозволяють визначати відстані між неповними ранжуваннями. Таким чином виникає можливість застосування алгебраїчного підходу, який позбавлений багатьох недоліків, характерних для інших підходів [5, 8].

4. МЕТОДИ, ЩО ЗАСТОСОВУЮТЬСЯ

Основними методами, які використовуються у цій роботі, є методи теорії прийняття рішень [5], експертні технології [2], генетичний алгоритм [2] та евристичний алгоритм [2]. Методи теорії прийняття рішень [5] беруть початок від теорії дослідження операцій. Експертні технології широко застосовуються у різних галузях людської життєдіяльності й активно розвиваються в останні десятиліття. Одним із ключових понять експертних технологій є евристики [2], якими можуть виступати аксіоми, постулати, припущення, презумпції, парадигми, гіпотези, допущення, пропозиції тощо. Евристики є емпіричними методологічними правилами, які можуть допомогти знайти рішення та сприяти визначе-



ності некоректно поставлених задач. За допомогою евристичних алгоритмів генеруються варіанти рішень, близькі до оптимальних, але не гарантують знаходження оптимального розв'язку задачі. Генетичні алгоритми є еволюційними алгоритмами, які використовуються, зокрема і для розв'язання задач оптимізації, та теоретично можуть забезпечити знаходження глобального оптимуму задачі [9].

5. ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ

Нехай розв'язується задача визначення важливості множини альтернатив деякої складної системи. Для цього здійснюється підготовка й обґрунтування рішення щодо послідовності розташування альтернатив великої та багато-профільної організації. Представники різних підрозділів і служб, які входять до експертної групи, у межах своєї компетенції та уявлення про важливість альтернатив надають індивідуальні пропозиції щодо послідовності реалізації альтернатив, які входять до сфери їхньої відповідальності, або пріоритетності розгляду альтернатив. Серед членів експертної групи часто не збігаються вподобання, що виражається в упорядкуванні ними різних підмножин альтернатив. Це обґрунтовано багатьма чинниками: компетентністю експертів, їхніми інтересами, пріоритетами, акцентами, аспектами, що розглядаються, уявленнями про ідеалізацію моделі тощо. Тому на попередньому етапі агрегування має бути здійснення етапу об'єднання підмножин альтернатив, проранжованих експертами, в єдину множину альтернатив.

5.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

У роботах [6, 7] уведено поняття неповного ранжування: це бінарне відношення, задане на підмножині альтернатив A' , $A' \subset A$, яке задовольняє властивості повноти, антисиметричності, транзитивності: але тільки на підмножині A' , $A' \subset A$, а не на всій множині A .

Нехай група експертів задає k неповних ранжувальних альтернатив R^{iH} , $i = 1, \dots, k$. Необхідно знайти деяке групове (результуюче, агреговане, колективне, консенсусне, інтегративне) ранжування n альтернатив $R^* = (a_{i_1}, \dots, a_{i_n})$, $i_j \in I = \{1, \dots, n\}$, $j \in I$, яке побудоване за логікою, що характеризує процеси функціонування деякої організаційної системи. Тобто ранжування R^* , має бути побудоване на основі індивідуальних упорядкувань задач, які виконуються k елементами системи (експертами) $R^{iH} = (a_{i_1}, \dots, a_{i_{n_i}})$, $i \in J = \{1, \dots, k\}$, де n_i – кількість задач в індивідуальному експертному ранжуванні $i \in J$.

5.2. МЕТРИКИ ТА КРИТЕРІЇ

Відстані між ранжуваннями альтернатив визначаються з використанням метрик [7]:

- метрики Кука незбігання рангів (місць, позицій) альтернатив,

$$d(R^j, R^l) = \sum_{i \in I} |r_i^j - r_i^l|, \quad (1)$$

де r_i^l – ранг i -ї альтернативи у ранжуванні l -го експерта, R^l , $l \in L$, $1 \leq r_i^l \leq n$,

- метрики Хемінга [8];
- метрики Евкліда [8, 10–12];
- вектора переваг, елементами якого є кількість альтернатив, які передують кожній альтернативі у ранжуванні.

Критерії, які найчастіше застосовуються у таких випадках:

- адитивний;
- мінімаксний.

5.3. ФОРМАЛІЗАЦІЯ ЗАДАЧІ ВИЗНАЧЕННЯ РЕЗУЛЬТУЮЧОГО РАНЖУВАННЯ

Найпоширенішим методом знаходження результуючого ранжування альтернатив є обчислення медіани заданих ранжувальних. Ця група методів узагальнення експертної інформації є найбільш достовірною та математично обґрунтованою. Розв'язки задачі, які визначаються при застосуванні різних метрик та різних критеріїв є медіанами заданих експертами лінійних порядків.

Позначимо множину усіх можливих ранжувальних n альтернатив через Ω^R , множину матриць попарних порівнянь (МПП), які відповідають усім можливим ранжуванням n об'єктів – через Ω^B , множину векторів переваг, що відображають кількість альтернатив, які передують кожній альтернативі у ранжуванні (від 0 до $n-1$) – через Ω^P . Множину заданих експертами ранжувальних та бінарних відношень, що їм відповідають, будемо позначати через R^A ; множину відповідних ранжувальних МПП та бінарних відношень між альтернативами – через R^B , а множину векторів переваг та відповідних відношень – через P^A .

Для випадку, який розглядається у цій роботі, потужність множин R^A , R^B та P^A однакова: $|R^A| = |R^B| = |P^A| = n$, $R^l \in R^A$, $B^l \in R^B$, $P^l \in P^A$, $l \in L$. Зрозуміло, що $R^A \subset \Omega^R$, $R^B \subset \Omega^B$, $P^A \subset \Omega^P$. У загальному випадку потужність множини $|\Omega^B| = |\Omega^P| = 2^{n(n-1)/2}$. Але для методу, який описується у цій роботі, будемо розглядати лише



їхні підмножини, позначаючи ці підмножини таким же чином $|\Omega^R| = |\Omega^B| = |\Omega^P| = n!$, оскільки нас не цікавлять нетранзитивні елементи простору розв'язків Ω^B та Ω^P .

5.4. ВИКОРИСТАННЯ МЕТРИКИ КУКА ДЛЯ НЕПОВНИХ РАНЖУВАНЬ АЛЬТЕРНАТИВ

Для метрики Кука (1) у випадку використання адитивного критерію обчислюються:

- медіана Кука – Сейфорда [5]:

$$R^{CS} \in \Omega^{CS} = \text{Arg} \min_{R \in \Omega^R} \sum_{l \in L} d^r(R, R^l); \quad (2)$$

- модифікована медіана Кука – Сейфорда [13]:

$$R^{MCS} \in \Omega^{MCS} = \text{Arg} \min_{R \in R^A} \sum_{l \in L} d^r(R, R^l) \quad (3)$$

При використанні мінімаксного критерію обчислюються:

- ГВ-медіана (компроміс) [5]:

$$R^{GB} \in \Omega^{GB} = \text{Arg} \min_{R \in \Omega^R} \max_{l \in L} d^r(R, R^l); \quad (4)$$

- модифікована ГВ-медіана:

$$R^{MGB} \in \Omega^{MGB} = \text{Arg} \min_{R \in R^A} \max_{l \in L} d^r(R, R^l) \quad (5)$$

Метрика Кука є популярною в задачах ранжування альтернатив [5, 14]. Для її застосування під час розв'язання поставленої задачі аналізу неповних ранжувань уведемо евристики та визначимо на їхній основі відстані від заданих експертами ранжувань до опорного ранжування.

У зв'язку з особливостями обчислення узагальненого ранжування при неповній початковій інформації, у [7] запропоновано застосовувати низку евристик. Зокрема, складові відстаней у разі неповних ранжувань об'єктів описуються таким чином.

Евристика E1. Відстань від заданих експертами неповних ранжувань $R^{ih}, i=1, \dots, k$, до будь-якого ранжування $R^{*(0)}$ складається з двох складових: визначеної частини відстані та ймовірнісної.

Евристика E2. Не задана експертом альтернатива породжує невідомі відношення між усіма іншими альтернативами й участі у ранжуванні не бере, тобто ця альтернатива не представлена у неповному ранжуванні. Таким чином, у ході задання неповних ранжувань для кожного експерта маємо кількість альтернатив:

- n_i – заданих ним альтернатив у ранжуванні $R^{ih}, i=1, \dots, k$, які будуть складати визначену частину відстаней;
- $(n - n_i) = v_i$ – не заданих експертом альтернатив у ранжуванні $R^{ih}, i=1, \dots, k$, які складають імовірнісну частину відстаней.

Евристика E3. Імовірнісна частина відстані від заданого експертом ранжування $R^{ih}, i=1, \dots, k$, до будь-якого опорного ранжування завжди дорівнює $v_i, i=1, \dots, k$, для метрики Кука.

Визначену частину відстаней обчислюють за формулою (1).

5.5. ЕВКЛІДОВА МІРА БЛИЗЬКОСТІ Й ОБЧИСЛЕННЯ СЕРЕДНЬОГО

Відповідно до [5, 11, 13], результуючим ранжуванням може бути вибране середнє $R^S \in \Omega^S = \text{Arg} \min_{R \in R^B} \sum_{l \in L} d^2(R, R^l)$.

Таке результуюче ранжування доцільно використовувати [5, 11–13], якщо відстань між експертними ранжуваннями визначається за допомогою евклідової міри близькості:

$$d^E(B^j, B^l) = \left(\sum_{t \in H} (r_t^j - r_t^l)^2 \right)^{1/2},$$

$$t \in H, \quad j, l \in L.$$

5.6. ВИКОРИСТАННЯ МЕТРИКИ ХЕМІНГА ДЛЯ НЕПОВНИХ РАНЖУВАНЬ АЛЬТЕРНАТИВ

Імовірнісна частина від заданого експертом ранжування $R^{ih}, i=1, \dots, k$, до будь-якого ішого ранжування для метрики Хемінга завжди дорівнює $v_i \cdot (v_i - 1) / 2, i=1, \dots, k$.

Для переходу від простору рангів до простору парних порівнянь альтернатив [7] індивідуальні неповні переваги, задані кожним експертом на підмножинах альтернатив $R^{ih}, l \in L$, представляють у вигляді неповної матриці парних порівнянь:

$$B^{ih} = (b_{ij}^{ih}), \quad j \in I, \quad l \in L, \quad (6)$$

де $b_{ij}^l = 1, i, j \in I, l \in L$ тоді і тільки тоді, коли на думку l -го експерта i -та альтернатива переважає j -ту альтернативу. Причому $b_{ij}^l = -b_{ji}^l, i, j \in I, l \in L$. Коли l -й експерт не задав відношення переваги між альтернативами a_i та a_j , то цей факт позначається $b_{ij}^{ih} = "$ *, $j \in I, l \in L$.

Для визначення відстаней між неповними відношеннями (6) застосовується метрика Хемінга

$$d^h(B^j, B^l) = 0,5 \sum_{i \in I} \sum_{s \in I} |b_{is}^j - b_{is}^l|.$$

Евристика E4. Математичне сподівання невизначених відстаней між альтернативами у ранжуванні дорівнює одиниці. Тобто відстань між елементами МПП, хоча б один з яких невизначений, має бути рівною 1 – з урахуванням припущення, що рівність його значення "–1" або "1" є однаково ймовірними.



Оскільки матриці відношень B^H та R^H вигляду (1) є кососиметричними, без втрати загальності, будемо використовувати побудовані на їхній основі вектори:

$$c_t = b_{ij}, \quad x_t = r_{ij}, \quad t = (i-1)n + j - (i+1)i/2, \\ 1 \leq i < j \leq n.$$

Позначимо через $N = n(n-1)/2$ кількість елементів векторів c , а через $H = \{1, \dots, N\}$ – множину індексів елементів цих векторів. Тоді відстань між відношеннями B та R запишеться у вигляді

$$d^h(B^j, B^l) = \sum_{t \in H} |c_t^j - c_t^l|, \quad t \in H. \quad (7)$$

Для метрики Хемінга (7) у разі використання аддитивного критерію обчислюються:

- медіана Кемені – Снелла:

$$R^{KC} \in \Omega^{KC} = \text{Arg min}_{B \in \Omega^B} \sum_{l \in L} d^h(B, B^l); \quad (8)$$

- модифікована медіана [13] Кемені – Снелла:

$$R^{MKC} \in \Omega^{MKC} = \text{Arg min}_{B \in R^B} \sum_{l \in L} d^h(B, B^l) \quad (9)$$

Використовуючи мінімаксний критерій, обчислюють:

- ВГ-медіану (компроміс) [2, 5]:

$$R^{BG} \in \Omega^{BG} = \text{Arg min}_{B \in \Omega^B} \max_{l \in L} d^h(B, B^l); \quad (10)$$

- модифікована ВГ-медіана:

$$R^{MBG} \in \Omega^{MBG} = \text{Arg min}_{B \in R^B} \max_{l \in L} d^h(B, B^l) \quad (11)$$

Методи визначення медіан вигляду (2), (4), (8), (10) та їхні особливості розглядаються у монографії [2]. Модифіковані медіани (3), (9), запропоновано застосовувати, зокрема, у роботі [13], але їхнє використання у багатьох практичних задачах є недоцільним, а інколи – необґрунтованим і неправомірним. Пов'язано це з тим, що модифікована медіана суттєво обмежує простір вибору, тому у разі застосування таких критеріїв, як правило, знаходимо неефективні розв'язки: вони домінуються, зокрема власне і медіанами вигляду (3), (5), (9), (11).

5.7. ВИКОРИСТАННЯ ВІДСТАНЕЙ МІЖ ВЕКТОРАМИ ПЕРЕВАГ ДЛЯ НЕПОВНИХ РАНЖУВАНЬ АЛЬТЕРНАТИВ

Для застосування алгебраїчного підходу на множині ранжувань можна також використовувати відстань, яка ґрунтується на векторах переваг [15, 16]: $\pi^l = (\pi_1^l, \dots, \pi_n^l)$, де π_i^l – кількість альтернатив, які передують i -й альтернативі у l -му ранжуванні. У монографії [15, 16] Б. Г. Литвак запропонував для векторів переваг π^1 та π^2 , сформованих на основі ранжувань R^1 та R^2 , визначати відстань за формулою

$$d^\pi(R^1, R^2) = \sum_{i \in I} |\pi_i^1 - \pi_i^2|. \quad (12)$$

Для векторів переваг вигляду (12) у разі використання аддитивного критерію обчислюється медіана Литвака [15, 16]:

$$R^L \in \Omega^L = \text{Arg min}_{R \in \Omega^R} \sum_{l \in L} d^\pi(R, R^l). \quad (13)$$

Уведемо також поняття модифікованої медіани Литвака:

$$R^{ML} \in \Omega^{ML} = \text{Arg min}_{R \in \Omega^A} \sum_{l \in L} d^\pi(R, R^l). \quad (14)$$

Під час використання мінімаксного критерію введемо такі медіани:

- LK-медіана або компромісна медіана Литвака:

$$R^{LK} \in \Omega^{LK} = \text{Arg min}_{R \in \Omega^R} \max_{l \in L} d^\pi(R, R^l); \quad (15)$$

- модифікована LK-медіана:

$$R^{MLK} \in \Omega^{MLK} = \text{Arg min}_{R \in \Omega^A} \max_{l \in L} d^\pi(R, R^l). \quad (16)$$

Для неповних ранжувань і використанні відстані (12) між векторами переваг будемо застосовувати також евристики, подібні до тих, які введено для медіан, що ґрунтуються на застосуванні метрики Кука (1). Подібним чином застосовуються та модифікуються відстані між векторами переваг для визначення медіани Литвака.

5.8. СПОСОБИ ОДЕРЖАННЯ ОПОРНИХ РІШЕНЬ ДЛЯ ЗАСТОСУВАННЯ ГЕНЕТИЧНОГО АЛГОРИТМУ ВИЗНАЧЕННЯ МЕДІАН

Одним із способів визначення медіани експертних ранжувань є застосування розробленого авторами генетичного алгоритму, описаного в роботі [17]. Важливим елементом цього алгоритму є вибір опорного рішення. Можна запропонувати кілька варіантів вибору такого рішення:

- генерувати опорне ранжування, у якого перші елементи повторюють ранжування першого експерта, наступні альтернативи з'являються у ранжуванні мірою доповнення множини альтернатив, одержаних під час вводу неповних ранжувань від наступних експертів;

- як опорні рішення можуть бути застосовані модифіковані медіани Кука – Сейфорда, ГВ-медіана, медіана Кемені – Снелла, ВГ-медіана [2], медіани Литвака та LK-медіани, обчислювальна складність яких невелика;

- вибирати опорні ранжування, одержані за правилами голосування [5]: по Кондорсе, Борда, Сімпсону, Нансону, Копленду, Кемені – Янгу, Тайдеману, Шульце, Болдуїну, альтернативних голосів, відносної більшості тощо.

На наступному етапі серед згенерованих опорних рішень вибираємо для продовження



роботи алгоритму таке, яке має найкраще значення за критерієм, з урахуванням якого розв'язується поточна задача.

5.9. ГЕНЕТИЧНИЙ АЛГОРИТМ ВИЗНАЧЕННЯ МЕДІАН ЕКСПЕРТНИХ РАНЖУВАНЬ АЛЬТЕРНАТИВ

У генетичних алгоритмах застосовують мутації та кросовери для генерування нових поколінь. Але для ранжувань класичні прийоми кросовера не працюють через те, що строге ранжування $R \in \Omega^R$ має складатися з n елементів, які не повинні повторюватися.

У випадку одиначної мутації будемо представляти два випадкові елементи $r_i, r_j \in R, i \neq j, i, j \in \{1, \dots, n\}$, місцями у результуючому ранжуванні R^* відносно їхнього початкового положення. Функція мутації $f(R)$ буде виглядати таким чином [17]:

$$f(R) = \begin{cases} \exists r_i, r_j \in R, i \neq j: \\ (r_{i-1} > r_i > r_{i+1}) \vee (r_{j-1} > r_j > r_{j+1}), \\ \exists r_i^*, r_j^* \in R^*: \\ (r_{i-1} > r_i^* > r_{i+1}) \vee (r_{j-1} > r_j^* > r_{j+1}), \\ r_i = r_i^*, r_j = r_j^*, \end{cases}$$

де R^* – ранжування, одержане в результаті мутації. Таке перетворення повторюється m разів, тобто маємо $f^m(R), m \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$.

Кросовером пари R^1, R^2 буде ранжування R^* . Визначимо функцію кросовера $g(R^1, R^2, i, j)$:

$$R^* \cap R^1 \forall r_k \in R^1, i \geq k \geq j,$$

$$R^* \cap R^2 \forall r_k \notin R^* \cap R^1.$$

Таким чином, частина елементів результуючого ранжування R^* буде упорядкована так, як в R^1 , а всі інші елементи R^* будуть упорядковані як в R^2 .

Кожна відстань від поточної медіани до експертних ранжувань $R^{iH} = (a_1, \dots, a_{n_i}), i \in J = \{1, \dots, k\}$, обчислюється за правилами для неповних ранжувань, описаними у пп. 5.4 для простору рангів альтернатив, у пп. 5.6 для простору попарних порівнянь між альтернативами або у пп. 5.7 для простору векторів переваг.

Опишемо покроковий генетичний алгоритм з урахуванням того, що ранжування можна вважати фенотипом – послідовністю генів, де кожен ген буде відповідати порядку конкретної альтернативи у ранжуванні. Популяція – набір експертних ранжувань, доповнених до повних ранжувань шляхом застосування евристик, візьмемо за стартову популяцію (R^0) – ранжирування, що дані нам експертами. Алгоритм пошуку компромісного ранжування виглядатиме таким чином.

Крок 1. Створення дочірніх ранжувань $(R^{(i)*})$ на основі наявних і додавання їх до нової популяції $(R^{(i)} + R^{(i)*})$.

Крок 2. Обчислення фітнес-функції для кожного ранжування.

Крок 3. Сортування ранжувань альтернатив за значеннями їхніх фітнес-функцій.

Крок 4. Відсіювання оптимальних ранжувань у новому поколінні $(R^{(i+1)})$.

Крок 5. Повторення циклу.

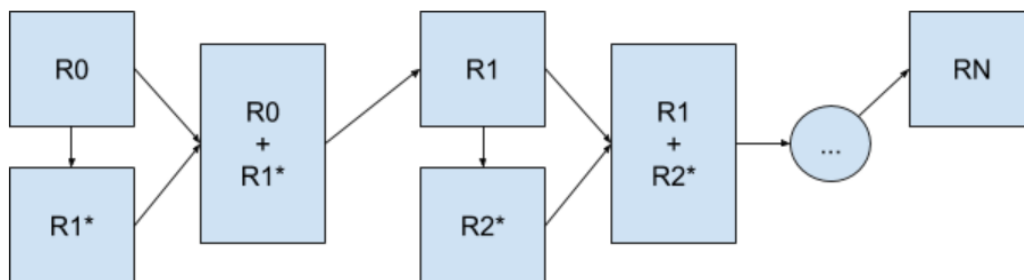


Рис. 1. Схема генерації ранжування

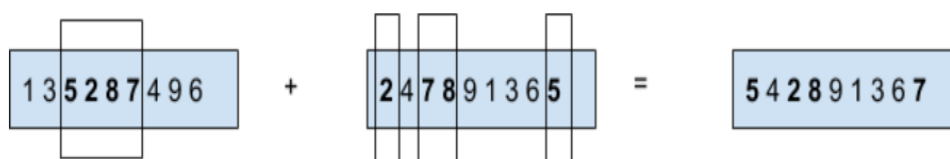


Рис. 2. Схема перетворення елементів у новому ранжуванні



Для генерації нових індивідів застосовують такий підхід (рис. 1, рис. 2).

Крок 1. З вихідної популяції вибирають два випадкових ранжування.

Крок 2. Друге ранжування альтернатив копіюють у результуюче.

Крок 3. Вибирають підпоследовність із першого ранжування.

Крок 4. Переупорядковують елементи нового ранжування, які входять у підпоследовність, у порядку, який відповідає поточній последовності альтернатив.

Крок 5. Мутація: міняють місцями пари елементів у новому ранжуванні альтернатив.

Далі необхідно визначити фітнес-функцію для всіх нових ранжувань. Застосовуючи цільову метрику, ми можемо оцінити, наскільки дане ранжування віддалене від усіх інших. Сума відокремлення від експертних ранжувань і буде фітнес-функцією. Оскільки, у цьому випадку ми вирішуємо завдання мінімізації даного параметра – сортуємо нову популяцію за зростанням. Після чого, відсіюємо "найгірших" індивідів.

Так, ранжування з мінімальною фітнес-функцією в останньому поколінні (RN) і буде нашим оптимальним рішенням.

5.10. РЕЗУЛЬТАТИ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ГЕНЕТИЧНОГО АЛГОРИТМУ

З метою дослідження описаного алгоритму авторами проведено обчислювальні експерименти з різною кількістю експертів та альтернатив.

Численні обчислювальні експерименти, проведені з використанням генетичного алгоритму, показують перспективність застосування такого підходу. Для випадково згенерованих ранжувань 100–200 альтернатив програма обчислює у просторі всіх можливих ранжувань Ω^R медіани $R^{KS1}, R^{G1}, R^{KS2}, R^{G2}$, які за критеріями (5)–(6) є приблизно на 10 % ближчими до медіан, заданих експертами $R^l, l \in L$, ніж опорні ранжування. Застосовуючи генетичний алгоритм, покращуємо їх у кожному з вибраних восьми напрямків.

5.11. ЕВРИСТИЧНИЙ АЛГОРИТМ ВИЗНАЧЕННЯ МЕДІАН ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ МЕТРИКИ ХЕМІНГА

У роботі [18] наведено евристичний алгоритм визначення медіани R^* заданої множини неповних ранжувань $R^{ih}, i \in I$, у вигляді медіани Кемені – Снелла, що розглянуто у роботі [18].

Крок 1. Запишемо верхні наддіагональні трикутні частини матриць $B^{ih}, i \in I$, у вигляді ряд-

ків нової матриці: $C = (c_{ij}), i \in I, j \in J = \{1, \dots, N\}$, $N = n * (n - 1) / 2$. Елементи матриці C визначають таким чином:

$$c_{ij} = b_{lt}^i, \quad j = (l - 1) * n + t - l * (l + 1) / 2, \\ 1 \leq l \leq t \leq n, i \in I.$$

Крок 2. Визначимо метризовану матрицю пріоритетів $M = (m_{lt}), l, t \in I$, елементи якої обчислюють як

$$m_{lt} = \sum_{\substack{i \in I, \\ c_{ij} \geq 0}} c_{ij} / \sum_{\substack{i \in I, \\ c_{ij} < 0}} |c_{ij}|, \quad 1 \leq l \leq t \leq n, j \in J, \quad (17)$$

де $|x|$ – абсолютне значення числа x , $l = [j / (n - [j / n])] + 1, t = j - (l - 1) * n + l * (l + 1) / 2$, де $[x]$ – ціла частина числа x . Причому значення симетричних елементів матриці перебувають у такому співвідношенні: $m_{lt} = 1 / m_{tl}, m_{tt} = 1, \forall t, l \in I$. Зрозуміло, що елементи $c_{ij}, i \in I, j \in J$, значення яких не визначено експертами, тобто $c_{ij} = '*'$, не беруть участі у формуванні значень $m_{lt}, 1 \leq l \leq t \leq n, j \in J$, вигляду (1).

Крок 3. Побудова матриці нев'язок $P = (p_{ij}), i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, N$, на основі аналізу всіх можливих відношень між трійками альтернатив.

$$p_{1j} = m_{lt}, \quad j = (l - 1) * n + t - l * (l + 1) / 2, \\ 1 \leq l \leq t \leq n,$$

$$p_{ij} = \begin{cases} m_{ls} / m_{ts}, & l < s, s > t, \\ m_{ls} * m_{ts}, & l < s, s < t, \\ m_{st} / m_{sl}, & l > s, s > t, \end{cases} \quad (18)$$

$$s = 1, \dots, n, s \neq l, s \neq t, \quad i = l + 1, l = 1, \dots, n - 1, \\ t = l + 1, \dots, n, j = (l - 1) * n + t - l * (l + 1) / 2.$$

Крок 4. Здійснення для кожного індексу $i = 2, \dots, n$, заміни одного з елементів матриці $M = (m_{lt}), l, t \in I$, елементом матриці $P = (p_{ij}), i = 2, \dots, n, j = 1, \dots, N$, якщо не збігаються елементи: $m_{lt} \neq p_{ij}$, для $j = (l - 1) * n + t - l * (l + 1) / 2$.

Крок 5. Для кожної чергової згенерованої у пункті 4 матриці визначаємо вагові коефіцієнти кожного з n альтернатив методом рядкових або стовпчикових сум, які є еталоном обчислювальної простоти визначення "ваги".

Крок 6. Упорядкування елементів вектора, одержаного у пункті 5, за спаданням значень (для рядкових сум) або зростанням значень (для рядкових сум). Індеси упорядкованого таким чином вектора вважатимемо індексами альтернатив у результуючому ранжуванні.



Крок 7. Визначення суми відстаней від одержаного в пункті 6 ранжування до ранжувальних, заданих експертами, за правилами, описаними для неповних матриць попарних порівнянь.

Крок 8. Продовження процедур, описаних у пунктах 4–7, поки будуть обчислені всі модифіковані матриці $M = (m_{lt})$, $l, t \in I$, шляхом заміни в них чергового елемента матриці $P = (p_{ij})$, $i = 2, \dots, n$, $j = 1, \dots, N$.

Одержані таким чином найкращі матриці, визначені в пунктах 4–8, і складатимуть множину медіан Кемені – Снелла. ВГ-медіана також може бути визначена за допомогою описаного алгоритму, оскільки з його допомогою генеруються варіанти, близькі до оптимальних розв'язків.

5.12. РЕЗУЛЬТАТИ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ЕВРИСТИЧНОГО АЛГОРИТМУ

Авторами проведено обчислювальний експеримент із застосуванням евристичного алгоритму для матриць розмірностей від 6×6 до 10×10 , тобто коли задаються кілька десятків випадково упорядкованих 6–10 альтернатив. Експерименти із застосуванням описаного методу, перевірені точними методами, дали такі результати:

- за слабкої узгодженості заданих експертами матриць множина ефективних розв'язків може бути дуже великою – кількість медіан Кемені – Снелла для деяких профілів переваг складає до 15 % загальної кількості ранжувальних на множині альтернатив, тобто – до $0,15 \cdot n!$;
- серед знайдених за допомогою описаного алгоритму розв'язків при застосуванні методу строкових сум до 50 % ранжувальних альтернатив є медіанами Кемені – Снелла, а при застосуванні методу рядкових сум – до 83 %;
- застосування описаного алгоритму у деяких випадках дозволяє знайти до 39 % ранжувальних, які належать до множини медіан Кемені – Снелла;
- серед знайдених за допомогою описаного алгоритму компромісних ранжувальних вигляду (18) до 22 % є одночасно ГВ-медіанами.

Таким чином, описаний алгоритм є зручним евристичним алгоритмом для визначення множин медіан Кемені – Снелла та ГВ-медіан. Хоча за допомогою цього алгоритму всю множину ефективних розв'язків визначити неможливо, але деякі з медіан гарантовано обчислюються. Проведене дослідження підтверджує взаємозв'язок між ординальними та кардинальними моделями задання експертних переваг, а також перспек-

тивність застосування евристичних алгоритмів у задачах експертного оцінювання.

6. ВАРІАНТИ ЗАСТОСУВАННЯ РОЗРОБЛЕНИХ АЛГОРИТМІВ

Описані у цій роботі алгоритми обчислення результуючого ранжування заданих неповних експертних ранжувальних альтернатив можуть бути застосовані для розв'язання різноманітних задач у різних предметних сферах. Зокрема, з допомогою описаних підходів і наведених алгоритмів можуть бути вирішені такі проблеми:

- розроблення системи комплексних заходів кібербезпеки [6];
- розроблення та впровадження процедур швидкого реагування на зовнішні загрози для організаційної системи;
- пошук ранжування найпопулярніших криптовалют на торговельних майданчиках і визначення інтегрального упорядкування популярності криптовалют;
- вибір підручників для формування переліку літератури та визначення послідовності викладення навчальної дисципліни;
- визначення послідовності підготовки добірок книг у бібліотеках для гармонійного формування особистості;
- побудова послідовності лекційних курсів у задачах розроблення навчальних планів освітніх програм тощо.

7. ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

У багатьох задачах події, які слід упорядкувати шляхом використання неповних експертних ранжувальних, мають виконуватися паралельно або навіть відбуватися одночасно. Тому логічно формалізувати поставлену задачу у класі обчислення колективного квазіпорядку [19].

Перспективним є також розроблення паралельних алгоритмів із використанням методів штучного інтелекту, застосування яких за описаних підходів може сприяти одержанню синергетичного ефекту у випадку:

- формалізації та подальшої оптимізації бізнес-процесів;
- розв'язання задач відновлення інформації у відношеннях переваги експертів на основі визначення групового ранжування;
- застосування формалізмів задачі визначення колективного ранжування до широкого класу класичних комбінаторних задач в описах відповідних постановок для адаптації та інтерпретації постановки.



8. ВИСНОВКИ

Таким чином у цій роботі досліджено підходи до визначення результуючого ранжування альтернатив на основі неповних експертних ранжувань та одержано такі основні результати:

- запропоновано постановки задач визначення групового ранжування альтернатив на основі неповних експертних ранжувань;
- уведено поняття компромісної медіани Литвака;
- розглянуто підходи до агрегування експертних даних з урахуванням особливостей неповної інформації, одержаної від експертів;
- розроблено алгоритми для розв'язання задач обчислення колективного ранжування великого розміру;
- проведено обчислювальні експерименти з дослідження описаних алгоритмів та особливостей задач ранжування;
- встановлено, що модифіковані медіани заданої множини експертних ранжувань завжди закономірно й обґрунтовано домінуються медіанами, обчисленими у повному просторі всіх можливих ранжувань альтернатив.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] О.Ф. Волошин, Г.М. Гнатієнко, О.В. Дробот, "Метод косвенного определения интервалов весовых коэффициентов параметров для метризованных отношений между объектами", Проблемы управления и информатики, №2, С.34–41, 2003.
- [1] Г.М. Гнатієнко, В.Є. Снитюк В.Є., Експертні технології прийняття рішень, ТОВ "Маклаут", Київ, 2008. – 444 с.
- [2] A. Dodonov, D. Lande, V. Tsyganok, O. Andriichuk, S. Kadenko, A. Graivoronskaya (2019). Information Operations Recognition. From Nonlinear Analysis to Decision-Making, Lambert Academic Publishing, 2019, 275 p.
- [3] С.В. Каденко, В.В. Циганок, О.В. Андрійчук, О.В. Карабчук, "Аналіз інструментарію підтримки прийняття рішень у контексті вирішення задач стратегічного планування", Реєстрація, зберігання і обробка даних, Т. 22, № 2, С.77–91, 2020.
- [4] О.Ф. Волошин, С.О. Машенко, Теорія прийняття рішень: Навчальний посібник, Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", Київ, 2006, 304 с.
- [5] Г.М. Гнатієнко, Н.П. Тмєнова, "Визначення пріоритетності заходів кібербезпеки при неповних експертних ранжуваннях", Безпека інформаційних систем і технологій, №1(2), с. 9–15, 2020.
- [6] Н. Hnatiienko, N. Tmienov, A. Kruglov, "Methods for Determining the Group Ranking of Alternatives for Incomplete Expert Rankings". in: Shkarlet S., Morozov A., Palagin A. (eds) Mathematical Modeling and Simulation of Systems (MODS'2020), Advances in Intelligent Systems and Computing, vol 1265. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-58124-4_21, 2021, 1265 AISC, pp. 217–226.
- [7] И.М. Макаров, Т.М. Виноградская, А.А. Рубчинский, Теория выбора и принятия решений, Наука, Москва, 1982, 328 с.

[8] В.Є. Снитюк, Прогнозування. Моделі. Методи. Алгоритми: Навчальний посібник, "Маклаут", Київ, 2008, 364 с.

[9] Ю.Я. Самохвалов, Е.М. Науменко, Экспертное оценивание. Методический аспект. Монография, ДУИКТ, Киев, 2007, 262 с.

[10] П.М. Зінько, Методичні рекомендації щодо забезпечення самостійної роботи студентів з дисципліни "Системи та методи прийняття рішень" (для бакалаврів), ДП "Вид. дім "Персонал", Київ, 2014, 36 с.

[11] Методика оцінювання наукових напрямів закладів вищої освіти під час проведення державної атестації закладів вищої освіти в частині провадження ними наукової (науково-технічної) діяльності. Затверджена наказом Міністерства освіти і науки України 12 березня 2019 р. №338, Зареєстроване в Міністерстві юстиції України 27 червня 2019 р. за №688/33659.

[12] А.И. Орлов, Методы принятия управленческих решений: учебник, КНОРУС, Москва, 2018, 286 с.

[13] Г.М. Гнатієнко, В.Є. Снитюк, "Апостеріорне визначення компетентності експертів в умовах невизначеності", Інформаційні технології та безпека. Матеріали XIX Міжнародної науково-практичної конференції ИТБ-2019, ООО "Инжиниринг", Киев, 2019, С. 184–187.

[14] Б.Г. Литвак, Экспертная информация: Методы получения и анализа, Радио и связь, Москва, 1982, 184 с.

[15] В.А. Болтенков, В. И. Куваева, А. В. Позняк, "Анализ медианных методов консенсусного агрегирования ранговых предпочтений", Информатика та математичні методи в моделюванні, Т. 7, № 4, 2017, С. 307–317.

[16] Н.М. Hnatiienko, A.I. Kruglov, "Definition of a compromise ranking on the set of individual rankings using the genetic algorithm", Міжнародний науковий симпозиум "ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІ РІШЕННЯ". Обчислювальний інтелект (результати, проблеми, перспективи): праці міжнар. наук.-практ. конф., 15-20 квітня 2019 р., Ужгород, ДВНЗ "Ужгородський національний університет", та [ін.]; наук. Ред. В.Є. Снитюк. С.63–64.

[17] Н.М. Hnatiienko, V.H. Hnatiienko, "Heuristic algorithm for determining compromise rankings on a set of individual expert rankings", INTELLIGENT SOLUTIONS. Decision Making Theory: Proceedings of the International School-Seminar, April 15–20, 2019, Uzhhorod, Ukraine, Uzhhorod national university and [etc]; Leonid F. Hulianyskyi (Editor). – pp.53–54.

[18] О.Ф. Волошин, Г.М. Гнатієнко, В.І. Кудін, Послідовний аналіз варіантів. Технології та застосування, Стилос, Київ, 2013, 304с.

Стаття надійшла до редколегії

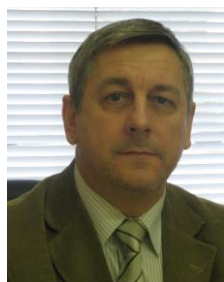
10.11.2020



Calculation of the resulting ranking of alternatives based on the use of incomplete expert rankings

Incomplete information is a characteristic feature of organizational systems. Incomplete data accompanies the decision-maker in all components of corporate security, namely the management of the organization, staff activities, company assets, implemented business processes, information and other resources, financial resources, used technologies, the company's reputation, etc. Nevertheless, a reasonable decision should be made. In particular, a common practical task is to rank alternatives of different nature. This is done by experts of high competence within the areas of responsibility. Naturally, there is a situation of decision-making with incomplete data, on the basis of which it is necessary to find a complete resulting ranking of alternatives, which best approximates the information obtained from experts, ie is in some sense closest to the given incomplete expert rankings. In order to compare different ways to achieve the resulting ranking of alternatives, the formalization of the problem in the classes of single-criteria and multicriteria models for the metrics of Cook, Heming, Euclid and Litvak is considered. To solve the problems that arise in a situation of incomplete information, a number of heuristics that are empirical methodological rules that help to find solutions and contribute to the definition of mathematically incorrect problems are introduced. The notion of the modified Litvak median and the Litvak compromise median, which is used using the minimax criterion, is introduced. The algorithms developed by the authors for determining the medians of expert rankings of alternatives, namely the genetic algorithm and the heuristic algorithm are described. To illustrate the results the schemes of the genetic algorithm are given. The main results of the application of the described algorithms, which illustrate the efficiency of their application to ranking problems, that are characterized by incomplete information are given.

Keywords: genetic algorithm; organizational system; heuristic algorithm; informational security; metrics; distance; median; group arrangement of objects; incomplete expert ranking.



Григорій Гнатієнко,
заступник декана факультету інформаційних технологій Київського національного університету імені Тараса Шевченка.

Hryhorii Hnatiienko,
Deputy Dean of the Faculty of Information Technology, Taras Shevchenko National University of Kyiv.



Наталія Тмєнова,
доцент кафедри інтелектуальних технологій факультету інформаційних технологій Київського національного університету імені Тараса Шевченка.

Natalia Tmenova,
Associate Professor, Department of Intellectual Technologies, Faculty of Information Technologies, Taras Shevchenko National University of Kyiv.



Олександр Круглов,
асистент кафедри інтелектуальних технологій факультету інформаційних технологій Київського національного університету імені Тараса Шевченка.

Alexander Kruglov,
Assistant of the Department of Intellectual Technologies, Faculty of Information Technologies, Taras Shevchenko National University of Kyiv.