



ІНФОРМАЦІЙНІ СИСТЕМИ ТА ТЕХНОЛОГІЇ

УДК 621.398:004.032.26 + 004.056
DOI: <https://doi.org/10.17721/ISTS.2025.9.81-92>



Юлій БОЙКО, д-р техн. наук, проф.
ORCID ID: 0000-0003-0603-7827
e-mail: boiko_julius@ukr.net

Хмельницький національний університет, Хмельницький, Україна

Ілля ПЯТИН, канд. техн. наук, доц.
ORCID ID: 0000-0003-1898-6755
e-mail: ilkhmel@ukr.net

Хмельницький політехнічний фаховий коледж
Національного університету "Львівська політехніка", Хмельницький, Україна

Володимир ДРУЖИНІН, д-р техн. наук, проф.
ORCID ID: 0009-0009-5049-0099
e-mail: v_druzhinin@ukr.net

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна

Олександр ЄРЬОМЕНКО, канд. техн. наук, доц.
ORCID ID: 0000-0001-5110-3761
e-mail: yeromenko_s@ukr.net

Хмельницький національний університет, Хмельницький, Україна

ШВИДКЕ ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР'Є В OFDM: АЛГОРИТМІЧНІ ПІДХОДИ ТА ЇХНЯ РОЛЬ В ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЯХ

Вступ. Технологія мультиплексування з ортогональним частотним поділом каналів – OFDM (Orthogonal frequency-division multiplexing) є ключовою технологією сучасних інформаційних систем і використовується в мобільних мережах 4G, 5G, стандарті IEEE 802.11 (Wi-Fi) і цифровому телебаченні (DVB-T). Збільшення пропускної здатності каналів зв'язку вимагає оптимального вибору параметрів перетворень сигналів для ефективного використання апаратних ресурсів програмованої вентильної матриці FPGA (Field-programmable gate array) для реалізації OFDM.

Методи. Використано такі методи: математичне моделювання системи зв'язку з OFDM у середовищі Simulink, що дозволило дослідити функціональні перетворення сигналу, а також аналіз коефіцієнта бітових помилок для різних параметрів модуляції. Реалізацію алгоритмів FFT виконано з використанням HDL-кодування для порівняння ефективності алгоритмів швидкого перетворення Фур'є (FFT) Streaming Radix-2² і Burst Radix-2.

Результати. Результати моделювання показали, що використання передискретизації сигналу на передавачі покращує енергетику каналу, знижуючи необхідний рівень потужності на 12 дБ. Залежність коефіцієнта бітових помилок від відношення сигнал-шум демонструє, що збільшення довжини FFT з 512 до 2048 точок потребує підвищення відношення сигнал / шум SNR на 6 дБ. Аналіз впливу циклічного префікса (CP) показав, що оптимальна довжина CP становить 1/16 символу OFDM, що зменшує втрати швидкості передачі. Вплив модуляції на коефіцієнт бітових помилок (BER) свідчить про необхідність збільшення потужності під час переходу до вищих порядків квадратурної амплітудної модуляції (QAM).

Висновки. Зроблено висновок, що параметри FFT і передискретизації є критичними для ефективності системи OFDM. Отримані результати можуть бути використані для оптимізації реалізації OFDM на FPGA.

Ключові слова: ортогональне частотне мультиплексування (OFDM), швидке перетворення Фур'є (FFT), інформаційні системи, коефіцієнт бітових помилок, програмована вентильна матриця (FPGA).

Вступ

Ортогональне частотне мультиплексування (OFDM) є ключовою технологією в сучасних системах зв'язку, зокрема у стандарті 5G NR (3GPP Release 15+), Wi-Fi 6 (IEEE 802.11ax) та LTE-A (3GPP Release 10+) (Kakkad et al., 2023). Завдяки ефективному використанню спектра та стійкості до багатопроменевого поширення сигналу, OFDM дозволяє суттєво підвищити швидкість передачі даних. Пропускна здатність системи збільшується за рахунок використання множини ортогональних піднесучих, які розташовані з мінімальними проміжками (на відміну від традиційних FDM-систем). Кожна піднесуча модулюється вискоелективними схемами, такими як 16-QAM, 64-QAM або 256-QAM, залежно від умов каналу. Для мінімізації міжсимвольної інтерференції (ISI) та компенсації завмирань сигналу додається CP, який покращує стійкість до міжсимвольних спотворень, що особливо важливо в середовищах із відбиттям сигналу (напр., у міських умовах або промислових зонах). На передавальному боці здійснюється передискретизація сигналу та його передача

через канал зв'язку, в якому можуть виникати затримки, частотні спотворення й адитивний білий гауссівський шум (AWGN). На приймальному боці реалізується оцінювання каналу (напр., за допомогою методів MMSE або LS estimation), вирівнювання частотної характеристики (equalization) і синхронізація. Демодуляція OFDM-сигналу включає зворотне швидке перетворення Фур'є (ЗШПФ=IFFT), усунення циклічного префікса (CP), зниження частоти дискретизації та демодуляцію QAM. На завершальному етапі проводиться аналіз BER, що дозволяє оцінити ефективність передачі даних (Бойко, & Новіков, 2021).

Завдяки можливості адаптації параметрів під конкретні умови каналу, OFDM залишається основою не лише для бездротових стандартів, а і для сучасних широкосмугових мереж зв'язку, включаючи OFDM-PON у пасивних оптичних мережах (PON) (Бойко, Єрьоменко, & Гур'єв, 2023) та когнітивних радіо-системах (CR). OFDM активно використовують в інформаційних технологіях для забезпечення високошвидкісного бездротового доступу до інтернету,

© Бойко Юлій, Пятін Ілля, Дружинін Володимир,
Єрьоменко Олександр, 2025

зокрема в IoT, хмарних обчисленнях і системах відеостримінгу 4K/8K. Завдяки гнучкому розподілу спектра та підтримці MIMO-архітектури (Lalitha, & Kumar, 2024), ця технологія сприяє розвитку інтелектуальних мереж зв'язку, включаючи програмно-конфігуровані радіосистеми (SDR) і мережі 6G.

Метою статті є дослідження й оптимізація впливу параметрів перетворень сигналів на ефективність системи OFDM у контексті сучасних інформаційних технологій. Зокрема, розглядається реалізація алгоритмів FFT Streaming Radix-2² і Burst Radix-2 на FPGA, що є ключовим для підвищення продуктивності й оптимізації апаратних ресурсів. Проведений аналіз враховує використання OFDM у мобільних мережах 4G, 5G, стандарті IEEE 802.11 (Wi-Fi) і цифровому телебаченні (DVB-T), де вибір параметрів FFT, довжини CP та типу модуляції безпосередньо впливає на пропускну здатність і енергетичну ефективність системи.

Огляд літератури. Основна концепція використання технології OFDM спрямована на підвищення швидкості передавання інформації (Alqahtani et al., 2024). Пропускна здатність каналу зв'язку безпосередньо залежить від кількості ініціалізованих піднесучих, а також від відстані між ними (Бойко та ін., 2022). При цьому кожна піднесуча звичайно модулюється методом квадратурної амплітудної модуляції (QAM). Зупинимось детальніше на результатах попередніх досліджень. Було досліджено, що одним із ключових способів мінімізації міжсимвольних завад та згасання у каналі є додавання CP до структури OFDM-сигналу (Zeggar, & Arslan, 2022). Ми акцентуємо, що для ефективного оброблення сигналу

також застосовується процедура передискретизації. Згенерований та мультиплексований сигнал зазнає впливу завад, що зумовлює частотну залежність та виникнення затримки поширення. На боці приймача виконуються оцінка каналу, компенсація спотворень та синхронізація сигналу, як показано у (Kleider et al., 2005). Подальші операції включають демодуляцію OFDM, пониження частоти дискретизації та демодуляцію QAM-сигналів. Оцінка завадостійкості системи здійснюється шляхом аналізу коефіцієнта бітових помилок BER (Qiao et al., 2021). Усі зазначені аспекти детально висвітлено в низці наукових публікацій (Kishore et al., 2024; Shammaa, Mashaly, & El-mahdy, 2024).

У цій роботі ми представимо результати математичного моделювання OFDM-каналу, які доповнюють дослідження відомих авторів (Meenalakshmi, Chaturvedi, & Dwivedi, 2024) у контексті цифрової обробки сигналів. Особливу увагу приділено процедурі цифрового розбиття Digital Slice (DS) у перетвореннях Фур'є, що є важливим для мінімізації обчислювальної складності та підвищення пропускну здатності інформаційних систем. Робота також розглядає реалізацію алгоритмів FFT на рівні апаратного опису (Hardware Description Language, HDL) та архітектуру цифрових обчислювальних пристроїв для FPGA-застосувань (Shamani et al.). Представлено результати моделювання розробленої моделі в Simulink та досліджено показники завадостійкості.

Методи

Розглянемо систему зв'язку Simulink, модель якої зображено на рис. 1.

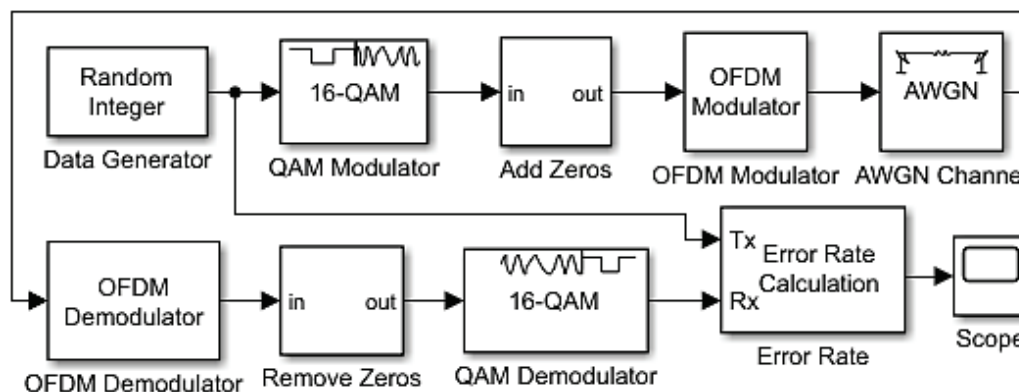


Рис. 1. Simulink-модель системи зв'язку з OFDM

Параметри моделі: модуляція 16-QAM; довжина ШПФ $N_{FFT}=128$ точок; довжина циклічного префікса $CP_{len}=8$; відстань між піднесучими $scs=20$ кГц; частота дискретизації $F_s=1,28$ МГц; тривалість відліку $T_s=7,8e-7$ с; тривалість сигналу 128 відліків $1e-4$ с.

Сигнал OFDM складається з великої кількості піднесучих, які разом утворюють спільну смугу частот. Швидкість передачі на одній піднесучій невелика, але об'єднання цих піднесучих в один потік даних суттєво підвищує швидкість передачі. Модуляція кожної піднесучої відбувається індивідуально. Сигнал на виході модулятора QAM може бути представлений виразом:

$$s(t) = \sum_k a(k)p(t - kT_s), \quad (1)$$

де $a(k)$ – біти, що відповідають k -му символу, $p(t)$ – форма імпульсу, kT_s – тривалість імпульсу.

Передавач застосовує зворотне швидке перетворення Фур'є (IFFT) до символів. Вихід IFFT являє собою суму N ортогональних синусоїд:

$$x(t) = \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{j2\pi k \Delta f t}, \quad (2)$$

де X_k – символи даних, T – тривалість символу OFDM. Символи даних X_k зазвичай комплексні й можуть бути з будь-якого сузір'я цифрової модуляції (напр., QPSK, 16-QAM, 64-QAM, ...).

Залежність коефіцієнта бітових помилок для різних видів модуляції зображено на рис. 2.

З отриманих залежностей можна зробити висновок, що перехід від модуляції QPSK до 256-QAM потребує збільшення енергії сигналу на 20 дБ.



Пряме перетворення Фур'є та зворотне перетворення Фур'є для векторів X і Y визначають за виразами:

$$Y(k) = \sum_{j=1}^n X(j) W_n^{(j-1)(k-1)}, \quad (3)$$

$$X(j) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n Y(k) W_n^{-(j-1)(k-1)}, \quad (4)$$

де $W_n = e^{-\frac{2\pi j}{n}}$ – корені одиничного числа.

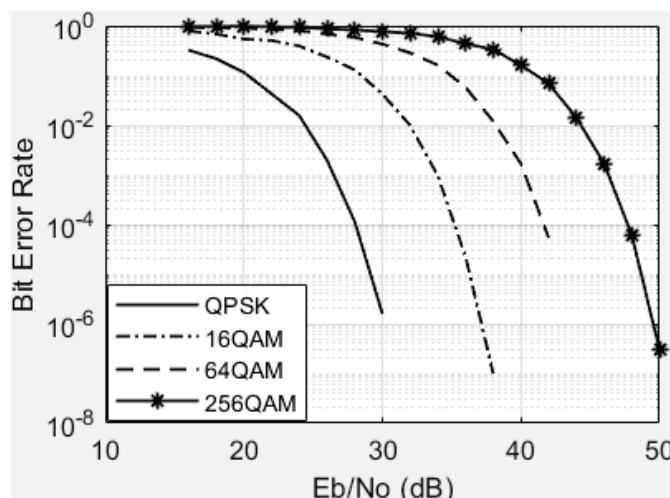


Рис. 2. Залежність коефіцієнта бітових помилок для різних видів модуляції

Використання OFDM із CP забезпечує вирівнювання та синхронізацію на основі FFT, що спрощує приймання порівняно з QAM для однієї несучої. Залежність

коефіцієнта бітових помилок від коефіцієнта передискретизації сигналу наведено на рис. 3.

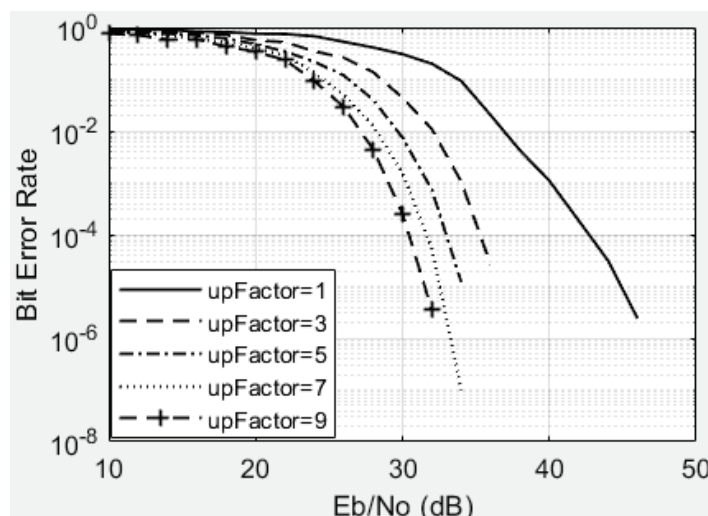


Рис. 3. Залежність коефіцієнта бітових помилок від коефіцієнта передискретизації сигналу

З отриманих залежностей можна зробити висновок, що підвищення частоти дискретизації на боці передавача покращує енергетику каналу зв'язку. Збільшення коефіцієнта передискретизації з 1 до 9 дозволяє понизити енергію сигналу на 12 дБ.

Передискретизація сигналу OFDM на боці передавача дозволяє краще боротися з пік-фактором на боці приймача. Крім того, передискретизація сприяє кращій апроксимації дискретного сигналу, зменшує обчислювальну складність зворотного перетворення Фур'є (IFFT). Залежність BER від SNR для різної кількості точок ШПФ наведено на рис. 4.

З отриманих залежностей можна зробити висновок, що збільшення довжини ШПФ із 512 до 2048 точок

потребує підвищення відношення сигнал-шум на 6 дБ. Збільшення довжини ШПФ розширює смугу пропускання системи зв'язку, і для покращення енергетичних характеристик потребує використання завадостійких кодів, які дозволяють коригувати помилки, що виникають під час передачі. Найпопулярнішими кодами в сучасних інформаційних мережах є коди LDPC (Low-Density Parity-Check) (Бойко, Єрьоменко, & Гур'єв, 2023), турбокоди (Zhurakovskiy et al., 2023) та polar-коди (Meenalakshmi, Chaturvedi, & Dwivedi, 2024). Вони забезпечують високу ефективність у боротьбі з помилками при малих значеннях сигнал / шум (SNR). Оскільки OFDM є дуже чутливою до багатопроменевих ефектів і інтерференцій,



використання таких кодів дозволяє зберігати стабільність передачі навіть у складних умовах каналу. Специфіка OFDM із кодами полягає в тому, що розділення сигналів по частотних каналах дає

можливість застосовувати адаптивне кодування та модуляцію для кожного підканалу, що забезпечує максимальну ефективність використання спектра і високу завадостійкість.

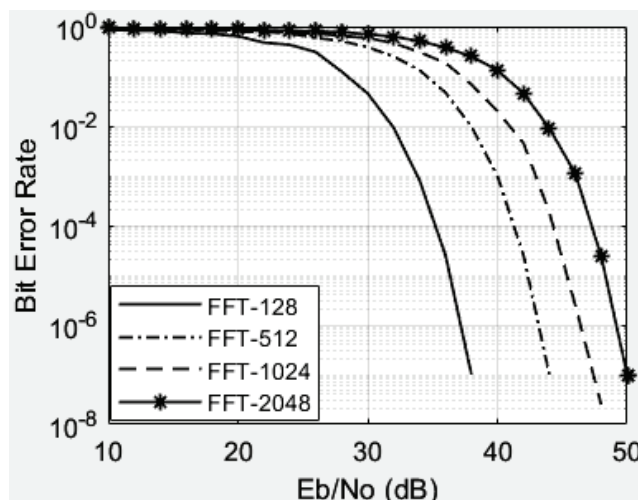


Рис. 4. Залежність BER від SNR для різної кількості точок ШПФ

Для розглянутої моделі частота дискретизації пов'язана з інтервалом між піднесучими та довжиною ШПФ. Довжина циклічного префікса має бути більшою за тривалість затримки у багатопробієвому каналі (рис. 5).

Для уникнення ISI, тривалість циклічного префікса має перевищувати тривалість багатопробієвої затримки. В межах представленої роботи нами проведено дослідження CP різної довжини: 1/2, 1/4, 1/8

і 1/16 тривалості символу OFDM. Установлено, що у випадку, якщо довжина циклічного префікса дорівнює 1/4 тривалості символу, швидкість передачі падає на 25 %, але це збільшує тривалість багатопробієвої затримки сигналу. Найчастіше використовують тривалість циклічного префікса, яка рівна 1/16 тривалості символу, що зменшує швидкість передачі на 6 %.

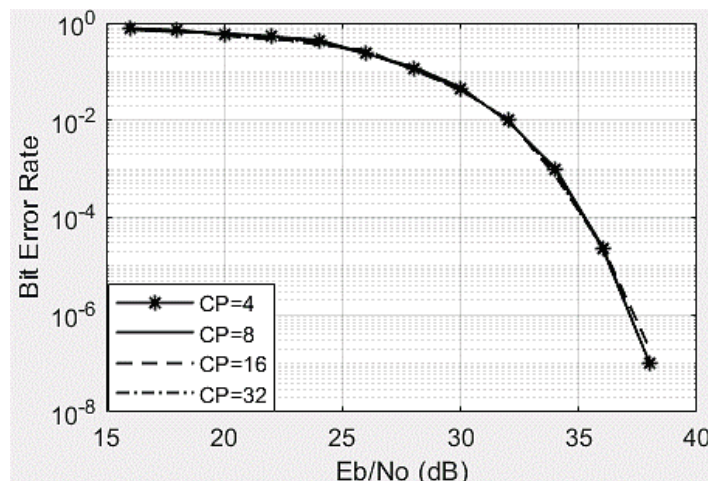


Рис. 5. Залежність BER від довжини циклічного префікса

Імпульсна характеристика каналу зв'язку з багатопробієвим завмиранням визначається виразом

$$h(t, \tau) = \sum_{q=0}^{Q-1} h_q(t) \delta(\tau - \tau_q), \quad (5)$$

де Q – кількість затриманих складових сигналу; h_q – коефіцієнт ослаблення та фазового зсуву для q -ї складової, τ – затримка. Такий канал характеризується складним випадковим процесом, що включає компоненти з різними доплерівськими зсувами. Доплерівські ефекти порушують ортогональність між

піднесучими частотами в OFDM, що може спричинити міжканальні завади (ICI) і деградацію прийому.

Прийнятий сигнал $Y(f)$ представимо згортою переданого сигналу $U(f)$ з імпульсною характеристикою каналу $H(f)$:

$$Y(f) = H(f) \cdot U(f). \quad (6)$$

Приймачі OFDM використовують вирівнювання прийнятого сигналу. Циклічний префікс дозволяє ефективно застосовувати OFDM у неідеальному каналі (рис. 6) із невідомою затримкою розповсюдження.

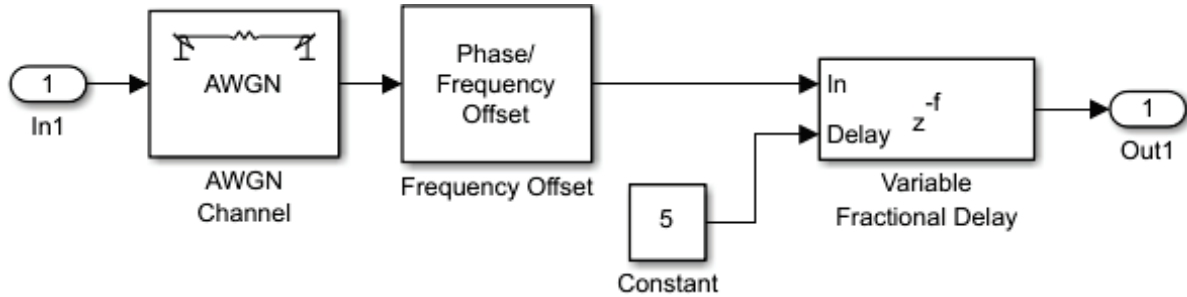


Рис. 6. Simulink-модель каналу зв'язку

Модель каналу зв'язку включає: вплив адитивного білого гауссівського шуму (AWGN Channel); частотного і фазового зсуву сигналу внаслідок ефекту Допплера; дробової затримки в каналі зв'язку; згасання сигналу. Відстань між імпульсами має бути більшою, ніж

максимально можлива затримка каналу. Результати дослідження імпульсної характеристики каналу наведено на рис. 7а. На рис. 7б подано спектр сигналу на вході приймача.

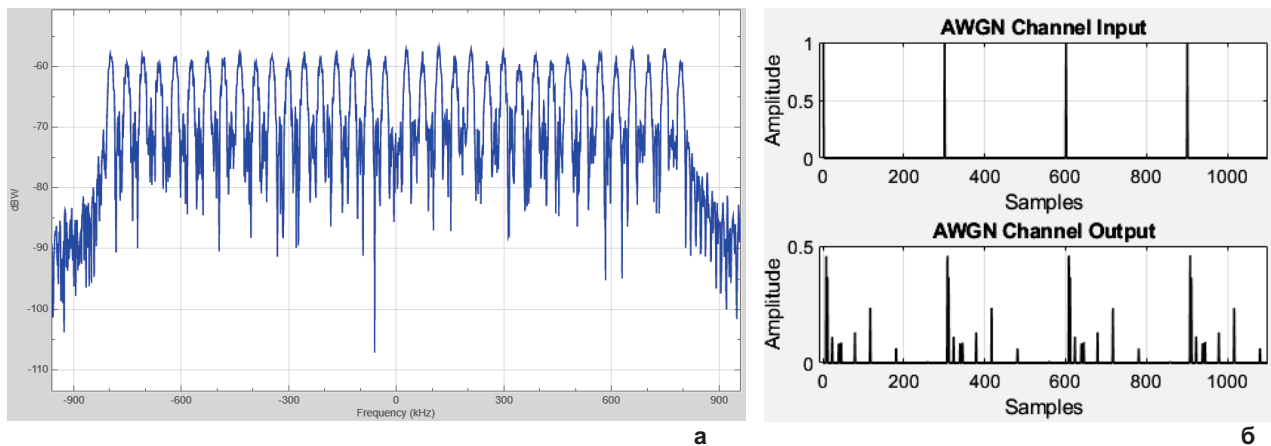


Рис. 7. Характеристики каналу: а – імпульсні; б – спектральна

Спектр на рис. 7б побудовано для сигналу, що містить 128 піднесучих, частота дискретизації становить 1,92 МГц, довжина циклічного префікса – 9 відліків. Метод оцінювання спектра – метод періодограми Уелша (Welch's periodogram method).

Побудова систем зв'язку на базі FPGA ефективна через можливість паралельного оброблення даних (Algnabi et al., 2018). Операція множення призводить до великої затримки у часі, тому використаємо методику реалізації процесора ШПФ без помножувача за технікою цифрового зрізу.

Ідея цифрових зрізів полягає в тому, що будь-яке комплексне число F можна розбити на дрібніші блоки, кожен з яких має коротшу довжину слова p , як показано в таких рівняннях (для додаткового коду – two's complement):

$$F = \sum_{k=0}^{b-1} (2^{p-1})^k FR_k + j \sum_{k=0}^{b-1} (2^{p-1})^k FI_k, \quad (7)$$

$$FR_k = -(2^{p-1})FR_{(p-1),i} + \sum_{i=0}^{p-2} (2^i)FR_{k,i}, \quad (8)$$

$$FI_k = -(2^{p-1})FI_{(p-1),i} + \sum_{i=0}^{p-2} (2^i)FI_{k,i}, \quad (9)$$

де $FI_{k,i}$ та $FR_{k,i}$ набувають значення нуля або одиниця.

Алгоритм Radix 2^2 SDF DIF FFT будують на основі виразу

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]W_N^{nk}, \quad (10)$$

де $x[n]$, $X[k]$ – комплексні числа; $W_N^{nk} = e^{-j2\pi/N}$ – фазовий множник; інші параметри мають відповідати умовам:

$$n \leq \frac{N}{2}n_1 + \frac{N}{4}n_2 + n_3 > N;$$

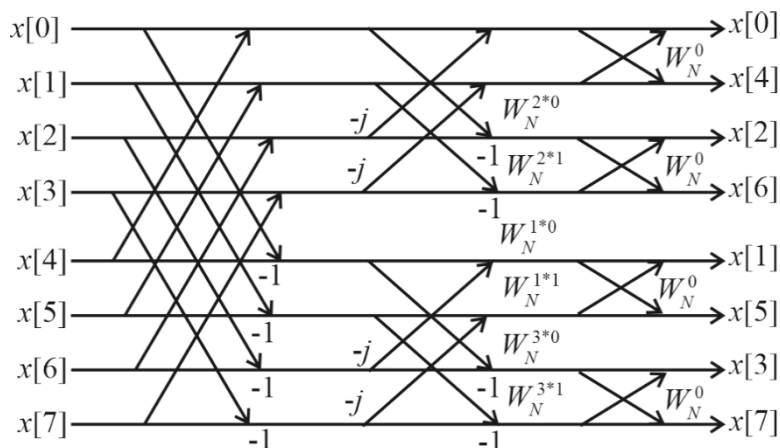
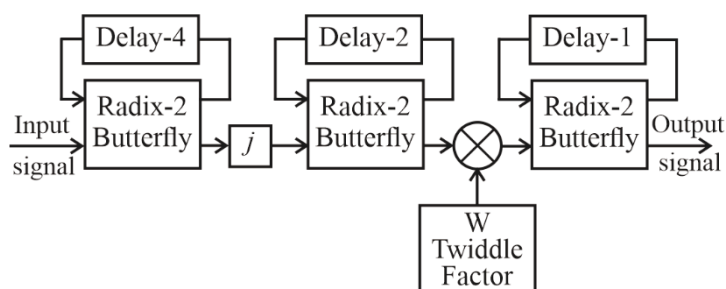
$$k \leq k_1 + 2k_2 + 4k_3 > N.$$

і не повинні перевищувати довжину ШПФ.

На кожному кроці алгоритму довжина ШПФ ділиться навпіл. На рис. 8 показано графік потоку сигналів у вигляді метелика для алгоритмів ШПФ Radix 2^2 .

На рис. 9 показано алгоритм Radix 2^2 для 8-точкового ШПФ.

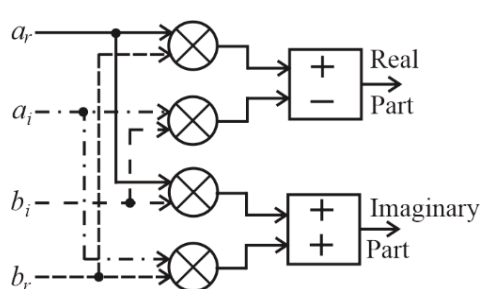
Кожний етап містить два метелика з однонаправленим зворотним зв'язком із затримкою (SDF) та контролером пам'яті. Перша стадія SDF – звичайний метелик. Другий етап множить вихідні дані першого етапу на $-j$. Щоб уникнути апаратного помножувача, блок змінює місцями дійсну й уявну частини входів і виходів. На кожному етапі відбувається множення результату на фазовий множник.

Рис. 8. Граф потоку сигналів для 8-точкового Radix 2² DIF FFTРис. 9. Структура 8-точкового Radix 2² SDF DIF FFT

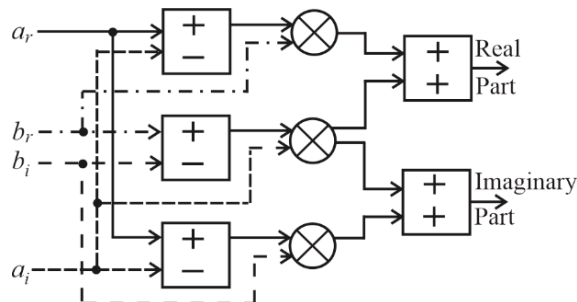
У найпростішому випадку комплексний помножувач може бути реалізований за допомогою чотирьох помножувачів для дійсних сигналів, одного підсумовувача

й одного віднімача, як показано на рис. 10, згідно з таким виразом:

$$(a_r + ja_i)(b_r + jb_i) = (a_r b_r - a_i b_i) + j(a_i b_r + a_r b_i). \quad (11)$$



а



б

Рис. 10. Приклади реалізації комплексного помножувача:
а – із чотирма реальними помножувачами і двома підсумовувачами;
б – із трьома реальними помножувачами і 5 підсумовувачами

Зазначимо, що схема комплексного помножувача, представлена на рис. 10а, займає велику площу кристала у реалізації FPGA. Комплексний помножувач також може бути реалізований за допомогою трьох помножувачів для дійсного сигналу та п'яти суматорів або віднімачів, як показано на рис. 11, на основі такого рівняння:

$$(a_r + ja_i)(a_r + ja_i) = \{b_r(a_r - a_i) + a_i(b_r - b_i)\} + j\{b_i(a_r + a_i) + a_i(b_r - b_i)\}. \quad (12)$$

Вказана структура комплексного помножувача займає менше місця на кристалі FPGA.

Розглянемо шляхи застосування методу цифрового зрізу для побудови компонента метелика R2² SDF, щоб зменшити складність обчислень і підвищити пропускну здатність.

Операція множення двох чисел додає затримку перетворення і займає багато ресурсів FPGA. В апаратному забезпеченні використано цифровий зріз без множника (digit slicing multiplier-less) для підвищення швидкодії операції множення. Операція множення замінюється операціями зсуву і додавання. Концепція формування архітектури цифрового зрізу ґрунтується на тому, що будь-яке двійкове число



можна розбити на кілька блоків коротших двійкових чисел, причому кожен блок має різну вагу.

Для представлення зрізу даних у додатковому коді, використовуємо вираз (13):

$$x = \left[\sum_{k=0}^{b-1} 2^{pk} X_k \right] 2^{-(pb-1)}, \quad X_k = \sum_{j=0}^{p-1} 2^j X_{k,j}, \quad (13)$$

де x розбито на b блоків, p – бітова ширина блоку, а $X_{k,j}$ набуває значення 0 або 1, за винятком $X_k = b-1$, $j = p-1$, який може дорівнювати 0 або -1 . Архітектура цифрового зрізу (Digital Slice) була застосована до вхідних даних комплексного помножувача для розподілу їх на дві групи (для 8-точкового ШПФ), кожна з яких містить чотири біти, як показано на рис. 11.

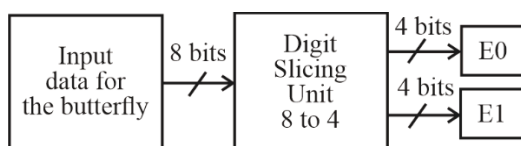


Рис. 11. Структура цифрового зрізу

Комплексний помножувач реалізовано за схемою рис. 10б, а для вхідних даних реального помножувача застосовано цифровий зріз, щоб зробити процес множення паралельним. Тобто час оброблення буде зменшено.

Оскільки фазові множники ШПФ заздалегідь відомі (див. рис. 8), можливі варіанти множення для 8-бітного коефіцієнта обертання та множення на 4-бітні вхідні дані можуть бути збережені в одному ОЗП для кожного коефіцієнта обертання. Це приведе до скорочення часу перетворення та зменшення площі кристала, яку займає цифровий зріз (digit slicing).

Конструкція цифрового зрізу помножувача складається з таблиці істинності (lookup table – ROM), зсувача та підсумовувача.

Результати

Для HDL (Hardware Description Language) реалізації FFT (Fast Fourier Transform) алгоритмів (Ayhan, Dehaene, & Verhelst, 2014) необхідно організувати інтерфейс потокових даних, апаратну затримку та сигнали управління функціональними блоками. Проведено дослідження двох архітектур ШПФ (рис. 12а, 12б):

1) Streaming Radix 2^2 – потокова архітектура, призначена для підтримки схем із високою пропускну здатністю, вона використовується для програм з обмеженими ресурсами FPGA, особливо за великої довжини ШПФ.

Burst Radix-2 – пакетна архітектура, призначена для схем із малою площею.

Одним із способів підвищення швидкості оброблення інформації на FPGA є паралельне оброблення кількох вибірок у схемах з нижчою тактовою частотою. Багато сучасних FPGA підтримують стандартний інтерфейс JESD204B, який приймає вхідні скалярні дані з високою тактовою частотою та генерує вектор вибірок із нижчою тактовою частотою.

2) Для архітектури Streaming Radix 2^2 вхідними даними є три синусоїдальні хвилі із частотами 200 кГц, 230 кГц і 260 кГц за частоти дискретизації 2 МГц. Розмір вхідного вектора становить 8 відліків. Застосовано контроль правильності вхідного сигналу на кожному другому циклі оброблення. Спектр вихідного сигналу показано на рис. 13.

Контроль рівнів сигналів на вході і виході схеми здійснюють за допомогою додатка Logic Analyzer у середовищі Simulink, як зображено на рис. 14.

Logic Analyzer дозволяє переглядати вхідні та вихідні сигнали підсистеми FFT Streaming. Форма хвилі показує, що допустимий вхідний сигнал має високий рівень на кожному другому циклі і що існує деяка затримка, перш ніж блок поверне першу допустиму вихідну вибірку.

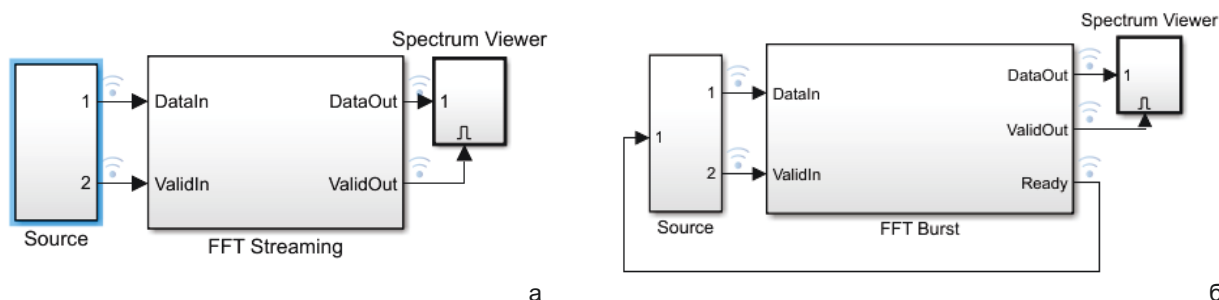


Рис. 12. Simulink-модель дослідження: а – Streaming Radix 2^2 ; б – Burst Radix 2

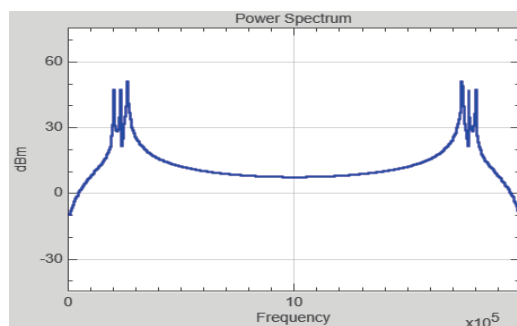
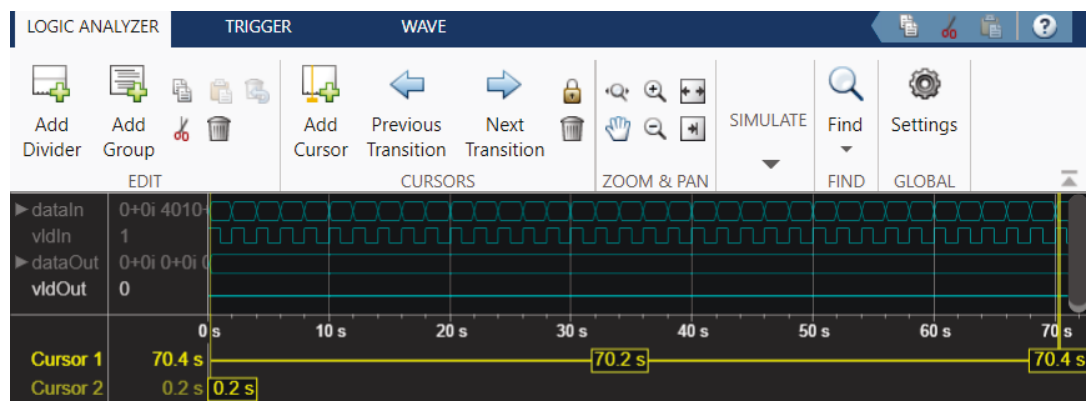


Рис. 13. Спектр вихідного сигналу для архітектури Streaming Radix 2^2

Рис. 14. Дослідження сигналів у додатку Logic Analyzer для архітектури Streaming Radix 2²

Архітектуру Burst Radix 2 (рис. 15) використовують для додатків з обмеженими ресурсами FPGA, особливо для великої довжини ШПФ (Kumar, Selvakumar, & Sobha, 2015). Сигнал готовності встановлюється в 1 (істина),

коли блок може приймати дані, і починає оброблення після того, як весь фрейм ШПФ буде збережено у пам'яті. Блок ігнорує сигнал на вході, поки прапорець готовності не дорівнює логічному нулю.

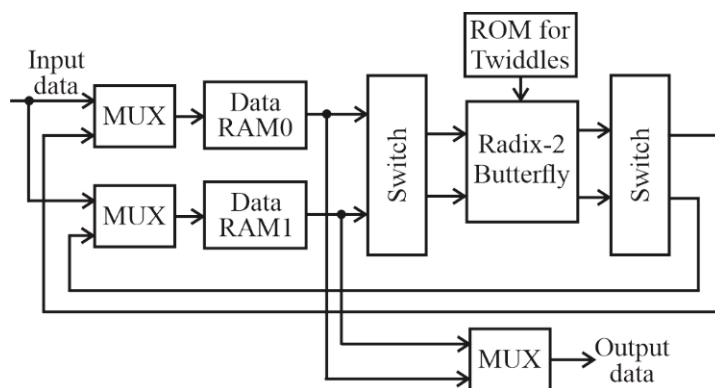


Рис. 15. Архітектура Burst Radix 2

Вхідні дані зберігаються послідовно в RAM0 і RAM1 (рис. 15). Перші чотири точки даних зберігаються в RAM0, а останні чотири – у RAM1. Схеми адресації можна виразити як

$$RA_0 = R_4 [0 \ 1 \ 2 \ 3]^T,$$

$$RA_{i+1} = L_2^4 RA_i, \ 0 \leq i \leq 2,$$

$$RB_0 = R_4 [0 \ 1 \ 2 \ 3]^T,$$

$$RB_{i+1} = (J_2 \otimes I_2) L_2^4 RB_i, \ 0 \leq i \leq 2,$$

де RA_i – схема адресації для RAM0, RB_i – схема адресації для RAM1, i – ідентифікатор етапу, J_2 – матриця обміну даними.

Операцію Radix-2 Butterfly представимо таким виразом:

$$BF_{out} = \left[\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \omega_8 \end{pmatrix}^p \odot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \right] BF_{in}, \quad (14)$$

де BF_{out} і BF_{in} – вихід і вхід метелика за основою 2 на

рис. 15 відповідно; $\omega_8 = e^{-j\frac{2\pi}{8}}$:

$$p = 8 \cdot 2^{-(i+1)} \left\lfloor \frac{2^{(i+1)} b}{8} \right\rfloor. \quad (15)$$

На рис. 16 наведено спектр сигналу на виході архітектури Burst Radix 2.

Порівняння рис. 13 і рис. 16 в межах нашого дослідження дозволяє зробити важливий висновок, що архітектура Streaming Radix 2² забезпечує чистіший спектр сигналу без виражених бічних складових, що є суттєвим фактором для багатьох застосувань, де важлива висока якість сигналу, наприклад, у комунікаційних системах і обробленні радіосигналів. Це дозволяє досягти кращих результатів у таких задачах, як розпізнавання сигналів або відновлення сигналу у зашумленому середовищі. Відсутність бічних складових також покращує ефективність використання спектра, що є важливим у випадках з обмеженими спектральними ресурсами. Вікно Logic Analyzer для архітектури Burst Radix 2, що показано на рис. 17, дає змогу отримати візуальне уявлення про часову поведінку сигналів, а це дозволяє точно оцінити характер їхнього оброблення.

Logic Analyzer є важливим інструментом для перегляду вхідних і вихідних сигналів підсистеми FFT Burst. Осцилограма, яку можна побачити у вікні Logic Analyzer, показує, що вхідні дані надходять у вигляді пачок допустимих вибірок, а також свідчить про наявність затримки перед тим, як блок поверне допустимі вихідні вибірки. Це може бути важливим аспектом для проєктувальників, які намагаються знизити затримки в обробленні даних для забезпечення ефективнішого реального часу в системах, таких як системи оброблення сигналів і телекомунікацій.

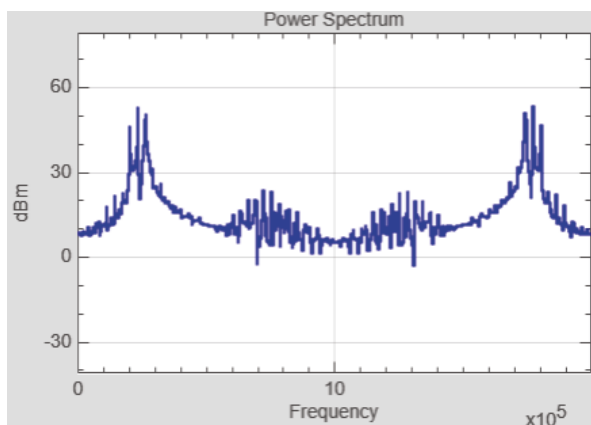


Рис. 16. Спектр сигналу на виході архітектури Burst Radix 2

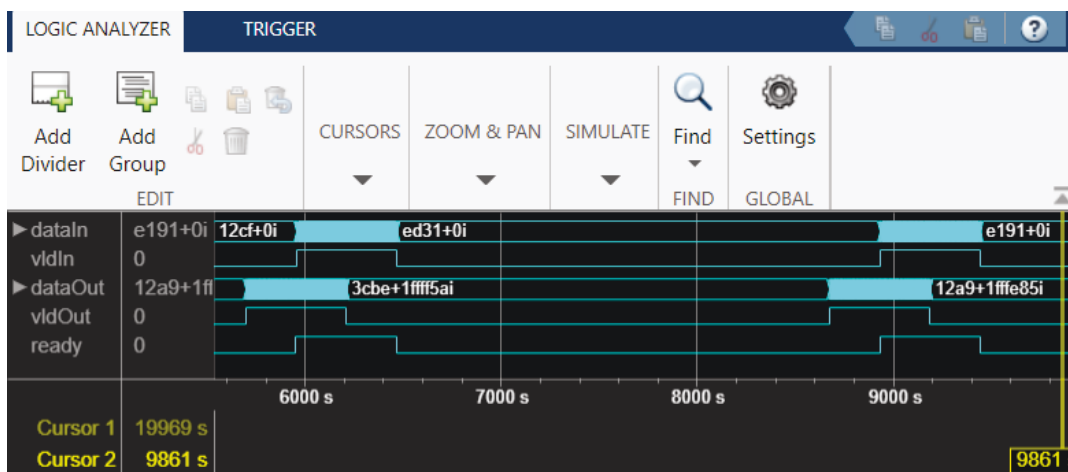


Рис. 17. Дослідження сигналів у додатку Logic Analyzer для архітектури Burst Radix 2

На рис. 18 представлено оцінку затримки вихідного сигналу для різних архітектур ШПФ.

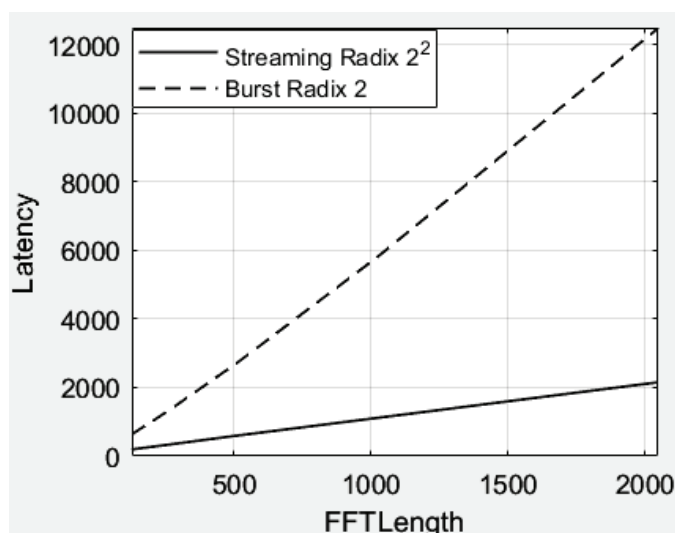


Рис. 18. Затримка вихідного сигналу для різних архітектур ШПФ

Результати дослідження затримки для різних архітектур показано на рис. 18, що дає змогу чітко порівняти ефективність кожної з архітектур. Згідно з рис. 18 можна зробити висновок, що архітектура Burst

Radix 2 дає більшу затримку порівняно з архітектурою Streaming Radix 2² (Srinivasa, Madhumati, & Sailaja, 2024). Це свідчить про те, що для застосувань, де критично важлива мінімальна затримка, архітектура



Streaming Radix 2^2 є оптимальнішим варіантом. Причому різниця у затримці збільшується із зростанням довжини ШПФ, що підкреслює важливість вибору правильної архітектури залежно від конкретних вимог до системи. Такий аналіз може бути корисним під час вибору архітектури для оброблення сигналів у реальному часі, особливо в таких сферах, як радіозв'язок і цифрове оброблення сигналів у складних умовах, де затримка є критичним параметром.

Дискусія і висновки

У межах проведеного дослідження системи зв'язку з OFDM у середовищі Simulink проаналізовано кілька ключових аспектів, що впливають на енергетичні характеристики й ефективність зв'язку. Результати показали, що перехід від модуляції QPSK до 256-QAM потребує значного збільшення енергії сигналу, що складає близько 20 дБ. Це підтверджує важливість вибору оптимальної модуляції залежно від умов каналу і вимог до якості зв'язку. З іншого боку, підвищення частоти дискретизації на боці передавача значно покращує енергетику каналу зв'язку, що критично важливо для досягнення високої пропускної здатності. Дослідження також показало, що збільшення коефіцієнта передискретизації з 1 до 9 дозволяє знизити енергію сигналу на 12 дБ. Це свідчить про важливість правильного налаштування параметрів передискретизації для досягнення оптимального балансу між енергетичними характеристиками і складністю системи. Збільшення довжини ШПФ з 512 до 2048 точок потребує підвищення відношення сигнал-шум (SNR) на 6 дБ. Цей результат підтверджує, що більша довжина ШПФ дозволяє покращити спектральні характеристики, однак вимагає більшої потужності та ресурсів для оброблення сигналів. Установлено, що збільшення довжини ШПФ розширює смугу пропускання системи зв'язку, що також вимагає використання завадостійких кодів для забезпечення високої якості зв'язку в умовах шуму. Це підкреслює важливість інтеграції ефективних кодів корекції помилок у сучасні телекомунікаційні системи, щоб забезпечити стабільність зв'язку на великих відстанях.

Що стосується CP, то проведено дослідження різної довжини CP (1/2, 1/4, 1/8 та 1/16 від довжини символу OFDM) показало, що для оптимального уникнення інтерференції між символами, тривалість циклічного префікса має бути більшою за тривалість багатопроменевої затримки. Зокрема, використання CP завдовжки 1/4 символу призводить до зменшення швидкості передачі на 25 %, хоча цей підхід ефективно компенсує багатопроменеві затримки. Найпоширенішим варіантом є CP завдовжки 1/16 символу, що дає зниження швидкості передачі лише на 6 %, і це є оптимальним для багатьох сучасних застосувань (Liu, & He, 2024).

Важливим етапом дослідження було визначення імпульсної характеристики каналу, що має критичне значення на етапі вирівнювання каналу на приймачі. Це дозволяє зменшити ефекти, пов'язані з багатопроменевістю та затримками, що важливо для досягнення стабільного з'єднання, особливо у складних умовах міського середовища чи за наявності завад.

Щодо HDL реалізації 8-точкових FFT алгоритмів Streaming Radix 2^2 та Burst Radix-2, то проведено дослідження показало, що архітектура Streaming Radix 2^2 забезпечує чистіший спектр сигналу, позбавлений бічних складових, що є суттєвим для застосувань, де необхідна висока якість сигналу, таких як радіосигнал або високочастотна комунікація. Водночас архітектура Burst Radix 2, хоч і має вищу затримку порівняно із

Streaming Radix 2^2 , може бути корисною для застосувань, де важлива висока швидкість оброблення даних і де менші вимоги до затримки в каналі. Зазначимо, що різниця у затримці між цими архітектурами зростає зі збільшенням довжини ШПФ, що робить вибір архітектури залежним від конкретних вимог до системи. Загалом, результати дослідження підтверджують важливість правильного вибору параметрів модуляції, довжини ШПФ, циклічного префікса і архітектури оброблення сигналу для досягнення оптимальних характеристик системи зв'язку. Врахування цих факторів дозволяє досягти ефективнішого використання енергетичних ресурсів, зменшити затримки і підвищити загальну продуктивність системи в умовах реального середовища.

Отримані результати мають велике значення для розвитку сучасних інформаційних систем, особливо в контексті телекомунікацій і бездротових мереж. Оптимізація параметрів модуляції, довжини ШПФ і циклічного префікса є важливою для підвищення енергетичної ефективності та швидкості передачі даних, що має безпосередній вплив на стабільність і якість зв'язку в реальних умовах (Бойко, Єрьоменко, & Пятін, 2024). Використання завадостійких кодів і вибір оптимальних архітектур оброблення сигналів дозволяє забезпечити високу пропускну здатність навіть в умовах шуму та багатопроменевості каналу. Ці результати важливі для розроблення більш ефективних і надійних інформаційних систем, зокрема і для 5G та майбутніх поколінь мобільних мереж, що вимагають високої продуктивності та стійкості до завадових впливів.

Внесок авторів: Юлій Бойко, Ілля Пятін – концептуалізація; методологія; аналіз джерел, підготування огляду літератури або теоретичних засад дослідження; Володимир Дружинін, Олександр Єрьоменко – збір емпіричних даних та їх валідація; емпіричне дослідження.

Джерела фінансування. Це дослідження не отримало жодного гранту від фінансової установи в державному, комерційному або некомерційному секторах.

Список використаних джерел

- Бойко, Ю., Єрьоменко, О., & Гур'єв, О. (2023). Можливості LDPC-кодів у підвищенні продуктивності оптичних телекомунікацій з OFDM. *Measuring and computing devices in technological processes*, 4, 13–26. <https://doi.org/10.31891/2219-9365-2023-76-2>
- Бойко, Ю., Єрьоменко, О., & Пятін, І. (2024). Оцінка частотно-фазових спотворень в оптичних телекомунікаціях з OFDM. *Інформаційні технології та електронна інженерія*, 4(2), 130–140. <https://doi.org/10.23939/ictee2024.02.130>
- Бойко, Ю., Пятін, І., Єрьоменко, О., & Шаюк, Д. (2022). Оцінювання впливу зміщення несучих частот на завадостійкість телекомунікацій з OFDM. *Measuring and computing devices in technological processes*, 3, 19–26. <https://doi.org/10.31891/2219-9365-2022-71-3-3>
- Бойко Ю. М., & Новіков Д. В. (2021). Оцінка ефективності канального кодування у телекомунікаціях з OFDM. *Herald of Khmelnytskyi National University. Technical sciences*, 5(301), 150–159. <https://www.doi.org/10.31891/2307-5732-2021-301-5-150-159>
- Algnabi, Y. S., Teymourzadeh, R., Othman, M., & Islam, M. S. (2018). FPGA Implementation of pipeline Digit-Slicing Multiplier-Less Radix 2 power of 2 DIF SDF Butterfly for Fourier Transform Structure. *Signal Processing*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1806.04570>
- Alqahtani, A. S., Pandiaraj, S., Alshmrany, S., Ali Jaber A., Sandeep P. & U. Arun K. (2024). Enhancing MIMO-OFDM channel estimation in 5G and beyond with conditional self-attention generative adversarial networks. *Wireless Networks*, 30, 1719–1736. <https://doi.org/10.1007/s11276-023-03615-y>
- Ayhan, T., Dehaene, W., & Verhelst, M. (2014). A 128:2048/1536 Point FFT Hardware Implementation with Output Pruning. In *European Signal Processing Conference (EUSIPCO)* (pp. 1–5). Isola delle Femmine – Palermo. <https://www.eurasip.org/Proceedings/Eusipco/Eusipco2014/HTML/papers/1569925329.pdf>
- Kakkad, Y., Patel, D. K., Kavaia, S., Sun, S. & López-Benítez, M. (2023). Optimal 3GPP Fairness Parameters in 5G NR Unlicensed (NR-U) and WiFi Coexistence. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 72(4), 5373–5377. <https://ieeexplore.ieee.org/document/9954188>



Kleider, J. E., Maalouli, G., Gifford, S., & Chuprun, S. (2005). Preamble and embedded synchronization for RF carrier frequency-hopped OFDM. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 23(5), 920–931. <https://ieeexplore.ieee.org/document/1425638>

Kishore, K. K., Suman, J. V., Mallam, M., Hema, M., & Gunreddi, V. (2024). Scrambled UPMC and OFDM Techniques With APSK Modulation in 5G Networks Using Particle Swarm Optimization. *IEEE Access*, 12, 104091–104101. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2024.3421311>

Kumar, V. M., Selvakumar, D. A., & Sobha, P. M. (2015). Area and frequency optimized 1024 point Radix-2 FFT processor on FPGA. In *IEEE International Conference on VLSI-SATA* (pp. 1–6). Bengaluru, India. <https://ieeexplore.ieee.org/document/7050487>

Lalitha, H. & Kumar, N. (2024). Carrier frequency synchronization for WLAN systems based on MIMO-OFDM-IM. *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, 77, (2024). <https://doi.org/10.1186/s13638-024-02406-z>

Liu, J. & He, J. (2024). Design and analysis of CP-free OFDM PDMA transmission system. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 68, (2024). <https://doi.org/10.1186/s13634-024-01154-y>

Meenalakshmi, M., Chaturvedi, S. & Dwivedi, V. K. (2024). Enhancing channel estimation accuracy in polar-coded MIMO-OFDM systems via CNN with 5G channel models. *AEU - International Journal of Electronics and Communications*, 173, 155016. <https://doi.org/10.1016/j.aeue.2023.155016>

Qiao, S., Wang, H., Zhao, C., & Zhang, T. (2021). BER enhanced receiver for PHO-OFDM-based optical wireless communications. *Physical Communication*, 47, 101350. <https://doi.org/10.1016/j.phycom.2021.101350>

Shamani, F., Shamani F., Airoidi R., Fakour V., Tapani A., & Nurmi J. (2016). FPGA Implementation Issues of a Flexible Synchronizer Suitable for NC-OFDM-Based Cognitive Radios. *Journal of Systems Architecture*, 76, 102–116. <https://doi.org/10.1016/j.sysarc.2016.11.006>

Shammaa, M., Mashaly, M., & El-mahdy, A. (2024). The Use of Deep Learning Techniques in OFDM Receivers for 5G NR: A Survey. *Procedia Computer Science*, 231, 32–39. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2023.12.154>

Srinivasa, R. M., Madhumati, G. L., & Sailaja, M. (2024). An area efficient 64 point Radix-42 MDC FFT architecture for OFDM applications. *Integration*, 99, 102244. <https://doi.org/10.1016/j.vlsi.2024.102244>

Zegrar, S. E., & Arslan, H. (2022). Common CP-OFDM Transceiver Design for Low-Complexity Frequency Domain Equalization. *IEEE Wireless Communications Letters*, 11(7), 1349–1353. <https://ieeexplore.ieee.org/document/9756521>

Zhurakovskiy, B., Boiko, J., Druzhynin, V., & Pyatin, I. (2023). Performance Analysis of Concatenated Coding for OFDM Under Selective Fading Conditions. *CEUR Workshop Proceedings*, 3624, 403–413. https://ceur-ws.org/Vol-3624/Paper_33.pdf

References

Boiko, Y., Eriomenko, O., & Huriyev, O. (2023). Capabilities of LDPC codes in improving the performance of optical telecommunications with OFDM. Measuring and Computing Devices in Technological Processes, (4), 13–26 [in Ukrainian]. <https://doi.org/10.31891/2219-9365-2023-76-2>

Boiko, Y., Eriomenko, O., & Pyatin, I. (2024). Evaluation of frequency-phase distortions in optical telecommunications with OFDM. Infocommunication Technologies and Electronic Engineering, 4(2), 130–140 [in Ukrainian]. <https://doi.org/10.23939/ictee2024.02.130>

Boiko, Y., Pyatin, I., Eriomenko, O., & Shaiuk, D. (2022). Evaluation of the impact of carrier frequency offset on the noise immunity of OFDM telecommunications. Measuring and Computing Devices in Technological Processes, (3), 19–26 [in Ukrainian]. <https://doi.org/10.31891/2219-9365-2022-71-3-3>

Boiko, Y. M., & Novikov, D. V. (2021). Evaluation of channel coding efficiency in OFDM telecommunications. Herald of Khmelnytskyi National University. Technical Sciences, 5(301), 150–159 [in Ukrainian]. <https://doi.org/10.31891/2307-5732-2021-301-5-150-159>

Algnabi, Y. S., Teymourzadeh, R., Othman, M., & Islam, M. S. (2018). FPGA Implementation of pipeline Digit-Slicing Multiplier-Less Radix 2 power of 2 DIF SDF Butterfly for Fourier Transform Structure. *Signal Processing*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1806.04570>

Alqahtani, A. S., Pandiaraj, S., Alshmrany, S. Ali Jaber A., Sandeep P. & U. Arun K. (2024). Enhancing MIMO-OFDM channel estimation in 5G and beyond with conditional self-attention generative adversarial networks. *Wireless Networks*, 30, 1719–1736. <https://doi.org/10.1007/s11276-023-03615-y>

Ayhan, T., Dehaene, W., & Verhelst, M. (2014). A 128:2048/1536 Point FFT Hardware Implementation with Output Pruning. In *European Signal Processing Conference (EUSIPCO)* (pp. 1–5). Isola delle Femmine – Palermo. <https://www.eurasip.org/Proceedings/Eusipco/Eusipco2014/HTML/papers/1569925329.pdf>

Kakkad, Y., Patel, D. K., Kaviyai, S., Sun, S. & López-Benítez, M. (2023). Optimal 3GPP Fairness Parameters in 5G NR Unlicensed (NR-U) and WiFi Coexistence. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 72(4), 5373–5377. <https://ieeexplore.ieee.org/document/9954188>

Kleider, J. E., Maalouli, G., Gifford, S., & Chuprun, S. (2005). Preamble and embedded synchronization for RF carrier frequency-hopped OFDM. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 23(5), 920–931. <https://ieeexplore.ieee.org/document/1425638>

Kishore, K. K., Suman, J. V., Mallam, M., Hema, M., & Gunreddi, V. (2024). Scrambled UPMC and OFDM Techniques With APSK Modulation in 5G Networks Using Particle Swarm Optimization. *IEEE Access*, 12, 104091–104101. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2024.3421311>

Kumar, V. M., Selvakumar, D. A., & Sobha, P. M. (2015). Area and frequency optimized 1024 point Radix-2 FFT processor on FPGA. In *IEEE International Conference on VLSI-SATA* (pp. 1–6). Bengaluru, India. <https://ieeexplore.ieee.org/document/7050487>

Lalitha, H. & Kumar, N. (2024). Carrier frequency synchronization for WLAN systems based on MIMO-OFDM-IM. *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, 77, (2024). <https://doi.org/10.1186/s13638-024-02406-z>

Liu, J. & He, J. (2024). Design and analysis of CP-free OFDM PDMA transmission system. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 68, (2024). <https://doi.org/10.1186/s13634-024-01154-y>

Meenalakshmi, M., Chaturvedi, S. & Dwivedi, V. K. (2024). Enhancing channel estimation accuracy in polar-coded MIMO-OFDM systems via CNN with 5G channel models. *AEU - International Journal of Electronics and Communications*, 173, 155016. <https://doi.org/10.1016/j.aeue.2023.155016>

Qiao, S., Wang, H., Zhao, C., & Zhang, T. (2021). BER enhanced receiver for PHO-OFDM-based optical wireless communications. *Physical Communication*, 47, 101350. <https://doi.org/10.1016/j.phycom.2021.101350>

Shamani, F., Shamani F., Airoidi R., Fakour V., Tapani A., & Nurmi J. (2016). FPGA Implementation Issues of a Flexible Synchronizer Suitable for NC-OFDM-Based Cognitive Radios. *Journal of Systems Architecture*, 76, 102–116. <https://doi.org/10.1016/j.sysarc.2016.11.006>

Shammaa, M., Mashaly, M., & El-mahdy, A. (2024). The Use of Deep Learning Techniques in OFDM Receivers for 5G NR: A Survey. *Procedia Computer Science*, 231, 32–39. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2023.12.154>

Srinivasa, R. M., Madhumati, G. L., & Sailaja, M. (2024). An area efficient 64 point Radix-42 MDC FFT architecture for OFDM applications. *Integration*, 99, 102244. <https://doi.org/10.1016/j.vlsi.2024.102244>

Zegrar, S. E., & Arslan, H. (2022). Common CP-OFDM Transceiver Design for Low-Complexity Frequency Domain Equalization. *IEEE Wireless Communications Letters*, 11(7), 1349–1353. <https://ieeexplore.ieee.org/document/9756521>

Zhurakovskiy, B., Boiko, J., Druzhynin, V., & Pyatin, I. (2023). Performance Analysis of Concatenated Coding for OFDM Under Selective Fading Conditions. *CEUR Workshop Proceedings*, 3624, 403–413. https://ceur-ws.org/Vol-3624/Paper_33.pdf

Отримано редакцією журналу / Received: 26.03.25

Прорецензовано / Revised: 28.04.25

Схвалено до друку / 22.05.25



Juliy BOIKO, DSc (Engin.), Prof.
ORCID ID: 0000-0003-0603-7827
e-mail: boiko_julius@ukr.net
Khmelnytskyi National University, Khmelnytskyi, Ukraine

Ilya PYATIN, PhD (Engin.), Assoc. Prof.
ORCID ID: 0000-0003-1898-6755
e-mail: ilkhmel@ukr.net
Khmelnytskyi Polytechnic Professional College by Lviv Polytechnic National University, Khmelnytskyi, Ukraine

Volodymir DRUZHYNIN, DSc (Engin.), Prof.
ORCID ID: 0009-0009-5049-0099
e-mail: v_druzhinin@ukr.net
Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine

Oleksander EROMENKO, PhD (Engin.), Assoc. Prof.
ORCID ID: 0000-0001-5110-3761
e-mail: yeromenko_s@ukr.net
Khmelnytskyi National University, Khmelnytskyi, Ukraine

FAST FOURIER TRANSFORM IN OFDM: ALGORITHMIC APPROACHES AND THEIR ROLE IN INFORMATION TECHNOLOGIES

Background. *Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) is a key technology in modern information systems and is widely used in mobile networks such as 4G and 5G, the IEEE 802.11 standard (Wi-Fi), and digital television (DVB-T). The increase in the communication channel bandwidth requires an optimal selection of signal transformation parameters for efficient use of the hardware resources of Field-Programmable Gate Arrays (FPGA) in the implementation of OFDM.*

Methods. *The following methods were used: modeling of an OFDM-based communication system in the Simulink environment, which allowed for the study of signal processing transformations, as well as the analysis of the bit error rate (BER) for different modulation parameters. The implementation of FFT algorithms was carried out using HDL coding to compare the efficiency of the Fast Fourier Transform (FFT) algorithms Streaming Radix-2² and Burst Radix-2.*

Results. *Simulation results showed that using signal resampling at the transmitter improves the channel energy efficiency, reducing the required power level by 12 dB. The relationship between the bit error rate and the signal-to-noise ratio (SNR) demonstrates that increasing the FFT length from 512 to 2048 points requires a 6 dB increase in the SNR. The analysis of the cyclic prefix (CP) impact showed that the optimal CP length is 1/16 of the OFDM symbol, which reduces transmission speed losses. The effect of modulation on the bit error rate (BER) indicates the need for increased power when transitioning to higher-order Quadrature Amplitude Modulation (QAM).*

Conclusions. *It was concluded that the parameters of FFT and signal resampling are critical for the efficiency of the OFDM system. The results obtained can be used to optimize the implementation of OFDM on FPGA.*

Keywords: *Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM), Fast Fourier Transform (FFT), Information Systems, Bit Error Rate (BER), Field-Programmable Gate Array (FPGA).*

Автори заявляють про відсутність конфлікту інтересів. Спонсори не брали участі в розробленні дослідження; у зборі, аналізі чи інтерпретації даних; у написанні рукопису; в рішенні про публікацію результатів.

The authors declare no conflicts of interest. The funders had no role in the design of the study; in the collection, analyses or interpretation of data; in the writing of the manuscript; in the decision to publish the results.